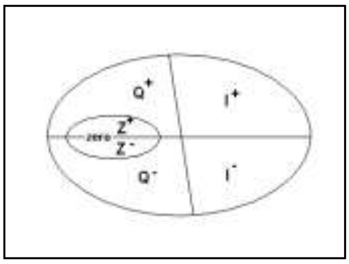
Numeri relativi



I numeri preceduti da un segno si dicono **numeri relativi**.

+9 e -5 sono numeri relativi

Il **modulo** o **valore assoluto** di un numero relativo è il numero stesso senza il segno.
Per indicare il modulo si usano due sbarrette verticali.

$|+3| = |-3| = 3$

Un numero relativo è, quindi, l'associazione di un valore assoluto e di un segno e le due parti sono inscindibili tra loro.

Due numeri relativi si dicono **concordi** se hanno lo stesso segno.

+3 e +7 sono concordi

Due numeri relativi si dicono **discordi** se hanno segno diverso

+3 e -7 sono discordi

Due numeri relativi si dicono **opposti** se sono discordi e hanno lo stesso modulo.

+4 e -4 sono opposti

Confronto di numeri relativi

Due numeri relativi si dicono **uguali** se hanno lo stesso segno e lo stesso modulo.

+4 e +4 sono uguali

Tra due numeri relativi discordi il maggiore è sempre quello positivo.

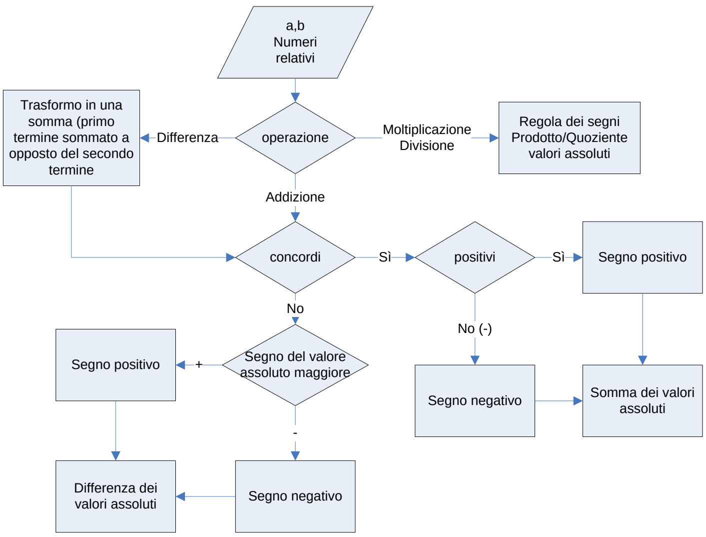
$+4 > -3$

Tra due numeri relativi positivi il maggiore è quello di maggiore valore assoluto.

$+4 > +3$ *perché* $|+4|>|+3|$

Tra due numeri relativi negativi il maggiore è quello di minore valore assoluto.

$-3 > -4$ *perché* $|-3|<|-4|$



Le operazioni

Addizione

La **somma** di due numeri relativi **concordi** è un numero che ha lo stesso segno degli addendi e valore assoluto uguale alla somma dei loro valori assoluti.

(+3)+(+4) = +7
(-2)+(-5) =-7

La **somma** di due numeri relativi **discordi** è un numero che ha il segno dell'addendo di valore assoluto maggiore e valore assoluto uguale alla differenza dei loro valori assoluti.

(-3)+(+4) = +1 + *perché* |+4|>|-3|
(+2)+(-5) =-3 - *perché* |-5|>|+2|

<u>Regole di uso pratico</u>

Un'utile regola di uso pratico, applicabile quando si deve calcolare la somma di più numeri relativi, consente si eseguire la somma di tutti i numeri positivi e di quelli negativi e di seguire poi la regola precedente per il calcolo della somma finale.

(+3)+(-2)+(+7)+(-9) = (+3)+(+7)+(-2)+(-9) = (+10)+(4) = -1

In una somma le coppie di addendi opposti possono essere eliminate.

(+3)+(-5)+(-3) = -5

Un numero positivo può essere scritto benissimo senza segno.

Si può ricorrere alla scrittura semplificata di una somma algebrica trasformandola in un'espressione con soli segni + e – semplicemente ricordando che una parentesi preceduta dal segno + può essere eliminata.

(+4)+(+3) = 4 + 3
(+5)+(-7) = 5 – 7
7 + (4 – 2 + 3) = 7 + (+ 4 – 2 + 3) = 7 + 4 - 2 + 3

Sottrazione

La **differenza** tra due numeri relativi è il numero che si ottiene sommando al minuendo l'opposto del sottraendo.
In altre parole la sottrazione può essere ricondotta a un'addizione.

<u>Regole di uso pratico</u>

Si può ricorrere alla scrittura semplificata di una differenza algebrica trasformandola in un'espressione con soli segni + e – semplicemente ricordando che una parentesi preceduta dal segno - può essere eliminata cambiando di segno tutti i suoi termini.

(+4)-(+3) = 4 – 3
(+5)-(-7) = 5 + 7
7 - (4 – 2 + 3) = 7 - (+ 4 – 2 + 3) = 7 - 4 + 2 - 3

Moltiplicazione e divisione

Il **prodotto** o il **quoziente** di due numeri relativi è un numero relativo che ha valore assoluto uguale al prodotto o al quoziente dei valori assoluti e segno positivo se i termini dell'operazione sono concordi e segno negativo se i termini dell'operazione sono discordi (regola dei segni).

(+4) · (+3) = +12	*(+4) : (+2) = +2*
(-2) · (-6) = +12	*(-4) : (-2) = +2*
(+5) · (-7) = -35	*(-6) : (+2) = -3*

Per la regola dei segni, spiegazioni ulteriori e il metodo insegnato nelle scuole russe (amico di un mio amico [+], amico di un mio nemico [-], nemico di un mio amico [-] e nemico di un mio nemico [+]) vedi l'interessante documento disponibile su www.pernigo.com/math.

Operazione di elevamento a potenza

Le regole seguenti sono ottenute applicando quanto già conosciamo sulle potenze e in conseguenza della *legge di Hankel* (principio di permanenza delle regole del calcolo).

La potenza di numeri relativi positivi è sempre positiva.
$(+3)^2 = (+3)\cdot(+3) = +9 = 9$

La potenza di numeri relativi negativi è positiva se l'esponente è pari, negativa se l'esponente è dispari.
$(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = +9 = 9$ **+** *esponente pari*
$(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -27$ **-** *esponente dispari*

Potenze con esponente negativo e base diversa da zero sono pari a una potenza che ha come base l'inverso della base e come esponente lo stesso esponente ma positivo.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \qquad 3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \qquad \left(\frac{7}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$$

Presta attenzione a non confondere i seguenti diversi tipi di scrittura:

$(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = +9$ *versus* $-3^2 = -9$

Valgono anche per i numeri relativi le proprietà delle potenze.

Il **prodotto di potenze** aventi la **stessa base** é una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Il **quoziente di potenze** aventi la **stessa base** é una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

La **potenza di una potenza** é una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti

$$(a^x)^y = a^{x\cdot y}$$

Il **prodotto di potenze** con lo **stesso esponente** é una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il prodotto delle basi

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

Il **quoziente di potenze** con lo **stesso esponente** é una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il quoziente delle basi

$$a^x \div b^x = (a \div b)^x$$

Qualsiasi potenza con **esponente 1** è la base

$b^1 = b$ *e quindi* $b = b^1$

Qualsiasi potenza con **esponente 0** è pari a 1

$a^0 = 1$

La potenza $\mathbf{0^0}$ è priva di significato!

$0^0 \Rightarrow$ *priva di significato*

Qualsiasi potenza con **base 1** è 1

$1^n = 1$

Estrazione di radice di numeri relativi

E' detta radice ennesima (a, anche, di indice *n*) di un numero reale *a*, un secondo numero reale (se esiste), *b*, tale che la potenza ennesima di questo sia uguale ad *a*.

Si scrive $\sqrt[n]{a} = b$ *che equivale a* $b^n = a$

e che può essere posto sotto la forma $b = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} = b$

Il numero *a* che compare sotto il segno di radice è detto **radicando**, il numero *b* **radice** e *n*, posto sopra il simbolo di radice, è detto **indice**.

Se il radicando è un numero relativo positivo e l'indice è pari la radice può assumere due valori opposti tra di loro.

$\sqrt{9} = \sqrt{+9} = \pm 3$ $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{+16} = \pm 2$

Se il radicando è un numero relativo positivo e l'indice è dispari la radice è un numero positivo.

$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{+8} = +2$

La radice di indice pari di un numero relativo negativo non esiste.

$\sqrt{-1}$ *non esiste* $\sqrt[n]{-a}$ *con n pari non esiste*

La radice di indice dispari di un numero relativo negativo è un numero negativo.

$\sqrt[3]{-8} = -2$

Valgono anche per i numeri relativi le proprietà seguenti.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$$

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a \div b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^{n+m}}$$

Iniziamo con un racconto

Estratto di uno spunto didattico di Ubaldo Pernigo in una delle sue classi…

Gli orizzonti crescendo si allargano a nuovi mondi e scoperte, facendo RELATIVI i confini numerici dell’infanzia.
Si scopre come di ognuno esista il suo OPPOSTO, l’alter ego, il mister Hyde, la faccia nascosta, la maschera e il cuore di pietra. Se esiste il POSITIVO, il buono, esisterà, nascosto in qualche angolo recondito, il NEGATIVO, il cattivo e l’innominabile.
Guardando attentamente, senza prevenzione alcuna, si scoprirà come ognuno sia però sempre se stesso, né bello né brutto, né bene né male, né positivo né negativo, ma come oltre le parvenze di ognuno esista un suo VALORE ASSOLUTO.
L’incontro di entità opposte le annichilisce, ristabilendo l’equilibrio, quale spartiacque tra il male e il bene, il positivo e il negativo.
Magicamente entità CONCORDI giocano a creare valori positivi, mentre entità DISCORDI portano esattamente nel verso opposto, in negativo.
Gli amici e i nemici, il bene e il male che tutto circonda ci porta a semplici regole del quieto vivere e a una certa dose di sana diffidenza.

- L'amico di un mio amico è un mio amico.
- L'amico di un mio nemico è un mio nemico.
- Il nemico di un mio amico è un mio nemico.
- Il nemico di un mio nemico è un mio amico.

Conta, quindi, sui veri amici che trovi lungo la strada e diffida delle facili proposte e deviazioni.
Scavando in profondità si trova, infine, l’impossibile e oltre ancora mondi IMMAGINARI le cui sfaccettature riescono a creare insiemi fantastici.

Keywords

Algebra, numeri relativi, relativi, numeri postivi, numeri negativi, valore assoluto, numeri reali, segno, Z, espressioni algebriche, esercizi con soluzioni, matematica
Algebra, Z, signed numbers, integers, negative e non-negative numbers, real numbers, sign, exercises with solution, Algebraic Expressions solved, math
Algebra, Z, nombre negativo, nombre positivo, signo, matemática
Algèbre, Z, nombres relatifs, nombre négatifs, nombre positifs, nombres réels, mathématique
Algebra, Z, Positive und Negative Zahlen, reellen Zahlen, Signum, Mathematik