

Linee guida per l'insegnamento
della matematica
nella scuola media

Cosa ci si aspetta
dall'educazione matematica?

I “luoghi comuni”

- La matematica serve per risolvere problemi d'ordine pratico
- La matematica serve per comprendere la scienza e la tecnica moderne
- La matematica insegna a ragionare
- La matematica insegna ad affrontare e risolvere i problemi

- *Per risolvere problemi d'ordine pratico*
 - *fare la spesa*
 - *tenere un bilancio*
 - *calcolare aree e misure in situazioni concrete*
 - *leggere cartine*
 - *calcolare, stimare grandezze*
 - *leggere grafici*
 - *interpretare percentuali*

In che modo la matematica “insegna a ragionare”?

- Esplicitare le cose sottintese o evidenti
- Decomporre le difficoltà
- Concatenare le affermazioni
- Elencare i casi possibili
- Utilizzare le definizioni
- Verificare con esempi e controesempi

La matematica concorre a raggiungere obiettivi di due tipi:

A) obiettivi d'ordine pratico:

fornisce strumenti di base, permette di
comprendere la scienza e la tecnica

B) obiettivi d'ordine formativo

è da sempre una “palestra intellettuale”

La matematica è la logica cartesiana in azione

- **NON E' SOLO DEDUZIONE!**

**articola in modo originale memoria,
ragionamento, immaginazione, rigore
le dimostrazioni matematiche (ad esempio
quelle di Euclide) fanno interagire
deduzione, costruzioni, rappresentazioni,
capacità di visualizzazione**

Perché la matematica è necessaria nella scienza e nella tecnica moderne?

- Lo è oggi più che mai: qualunque cittadino del mondo (occidentale) ha a che fare continuamente- e usa ordinariamente- prodotti frutto di tecnologia altamente matematizzata; nelle sue scelte (professionali, familiari, etiche) deve tenere conto di risultati scientifici che sono stati ottenuti anche con raffinati strumenti matematici e vengono descritti e divulgati utilizzando idee e terminologia matematiche

Wigner:

- *L'irragionevole efficacia della matematica nella descrizione delle leggi della natura*

Come si possono raggiungere questi obiettivi (matematica come strumento di interazione con il mondo e matematica come mezzo di formazione intellettuale?)

Dobbiamo partire dalla matematica e dal rapporto del soggetto conoscente con la disciplina

Dobbiamo vedere quale è la dinamica dell'attività di chi fa matematica (ricercatore, insegnante, bambino, grande matematico...)

1) LA MATEMATICA E' UNA ATTIVITA' CHE NASCE SEMPRE DA PROBLEMI

- Questi problemi possono essere *esterni* o *interni* alla disciplina
- Questo stato di cose si verifica sia nella storia della matematica che nel cammino di apprendimento di ciascuno di noi

Esempi dalla storia

- La nascita della geometria secondo Erodoto
- La nascita del calcolo differenziale
- La “scoperta” dei numeri complessi
- Le curve ellittiche e la teoria dei codici
- (in tutti questi casi la ricaduta, sia all'interno che all'esterno, delle scoperte matematiche è andata molto al di là della portata dei problemi che le avevano stimulate)

Esempi scolastici

- Imparare i numeri
- Imparare un algoritmo
- Punti notevoli di un triangolo

2) Si sviluppa mediante operazioni caratteristiche

astrazione

definizione

classificazione

rappresentazione

generalizzazione

schematizzazione

dimostrazione

deduzione

verifica....

Quale è il ruolo della dimostrazione?

- La dimostrazione è l'elemento caratteristico del *metodo matematico*
- Ha una sua funzione *durante* il lavoro del matematico
- Ha un suo ruolo nella costituzione di una *teoria matematica*

Ogni disciplina scientifica ha i propri criteri di validazione dei risultati

- che dipendono dalla natura della disciplina
- variano (diventano più efficaci) nel tempo

Nel lavoro del matematico

che sia un bambino di prima elementare o un matematico professionista, la dimostrazione interagisce continuamente con le congetture e le ipotesi

serve per acquisire certezze e poter proseguire nella matematizzazione

può anche essere di tipo euristico

Nelle teorie formali

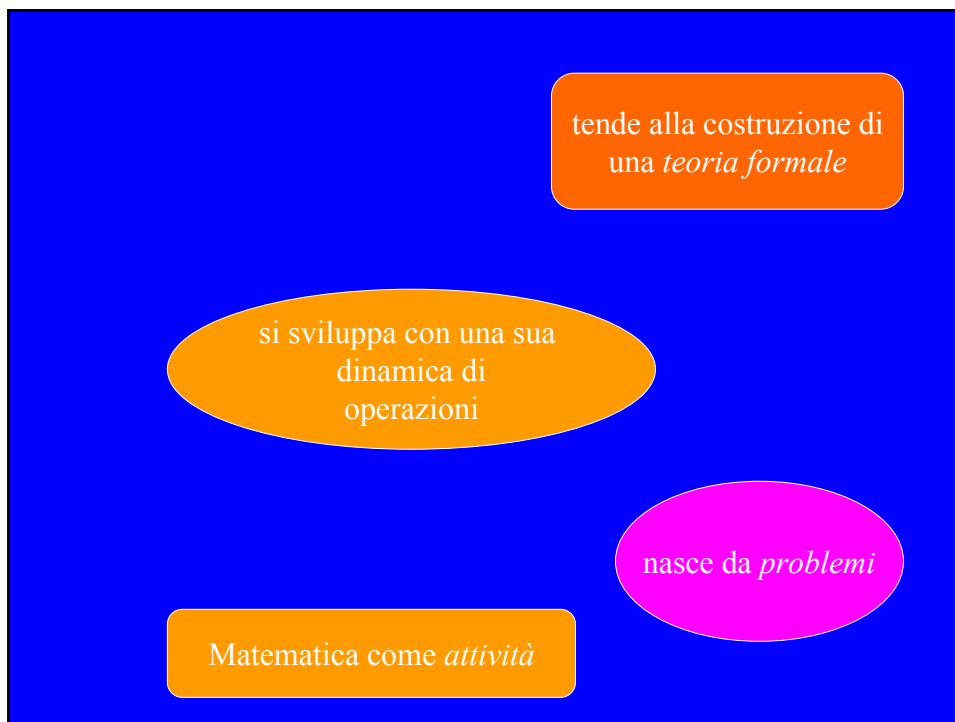
svolge il ruolo di “mattone costitutivo” e obbedisce a regole sintattiche predeterminate (regole logiche)

spesso nasconde il lavoro effettivo di scoperta: il suo “pregio” sta nella semplicità, nell’eleganza, nella generalità

3) Tende alla costruzione di una teoria formale

- Una teoria matematica standard è strutturata come un insieme di *teoremi* che vengono *dedotti* a partire da un insieme di *assiomi*
- (*modello fondamentale: la geometria di Euclide; la geometria di Hilbert*)

- La geometria di Euclide come modello di conoscenza organizzata logicamente; suo ruolo educativo e formativo nel corso dei millenni



Considerazioni su questa visione della matematica

- Non è l'unica possibile
(Bourbaki vs. Freudenthal)
- E' quella recepita (in teoria) dalla scuola europea e italiana in particolare
- Privilegia l'ordine *psicologico* rispetto a quello *logico*

Matematizzazione: orizzontale e verticale

Matematizzazione orizzontale: il ragazzo esplora un problema, tenta soluzioni, utilizza gli strumenti conosciuti, individua i concetti chiave, prova ad elencare i casi possibili...

Matematizzazione verticale: il ragazzo introduce delle definizioni, dimostra affermazioni, generalizza le proprie conclusioni, astrae dalla situazione concreta di partenza

Dinamica a spirale della matematizzazione

La realtà si *struttura sempre di più*; la stessa situazione diventa oggetto di matematizzazione orizzontale ad un livello più alto, che permette matematizzazioni verticali più raffinate...

arricchendo la nostra conoscenza della realtà, permettendoci di operare in maniera più consapevole e efficace

LA MATEMATICA E' UNA
ATTIVITA' DI
CONOSCENZA
PIUTTOSTO CHE UN
CORPUS DI
CONOSCENZE

Matematica: disciplina che vanta il maggior numero di *fallimenti formativi*

- A livello scolastico
- A livello di professionisti (anche di discipline scientifiche)
- A livello di cittadini comuni

Analizzare le cause di questi insuccessi

- Quale è la natura delle difficoltà in matematica?

DIFFICOLTA' SINTATTICHE

DIFFICOLTA' SEMANTICHE

Esempio: cosa vuol dire
“imparare le divisioni”?

- eseguire l'algoritmo: quanto tempo vi viene dedicato?
- capacità di accorgersi degli errori e di individuarli: molto bassa
- rapida decadenza dell'abilità
- le difficoltà individuate dagli insegnanti sono per lo più di tipo *procedurale* (sintattico)

Costruzione del senso

- In matematica va sempre di pari passo con l'acquisizione della competenza tecnica
- Occorre quindi superare il falso dualismo tra acquisizione delle tecniche e comprensione dei concetti