RICOSTRUIAMO LA MATEMATICA

ESPERIENZE DI LABORATORIO SU PERIMETRO E AREA

CLARA COLOMBO BOZZOLO

ELISABETTA BRACCHI

CARLA ALBERTI

Nucleo Ricerca Didattica della Matematica

Università Cattolica di Brescia

Dal Dialogo “Intorno a due nuove scienze” di Galileo Galilei

“per determinar, come spesse volte accade, la grandezza di diverse città, intera cognizione par di avere (alla gente) qualunque volta sanno la quantità dei recinti di quelle, ignorando che può essere un recinto eguale a un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello”

(citazione tratta da E. Castelnuovo, “Pentole, ombre, formichine” In viaggio con la matematica, La Nuova Italia,1998, pp. 38-39)

Recinto $\Rightarrow$ CONTORNO di una figura piana poligonale o non poligonale

Piazza $\Rightarrow$ REGIONE INTERNA di una figura piana poligonale o non poligonale

Concetti geometrici di riferimento:

Figura piana è formata dai punti che appartengono ad una *linea chiusa e semplice* e dai punti della *regione* di piano *interna* a tale linea.

Se la linea è una ***spezzata***:

figura piana poligonale

POLIGONO

Se la linea ***non*** è una ***spezzata*** (curva o mistilinea):

figura piana non poligonale

(esempio: cerchio)

ad ogni figura piana sono associate

✓ una *linea* che costituisce il contorno della figura

↓

intendiamo con ***perimetro*** la ***lunghezza*** del contorno

✓ una parte limitata di piano

↓

intendiamo con ***area*** la “proprietà” astratta che accomuna

figure equiestese

⇓

Perimetro e ***area*** sono due

grandezze

possono essere qualificate e quantificate, ossia misurate

diverse tra loro

ciascuna ha un proprio sistema di misura

associate sia ai poligoni sia ai non poligoni

la loro costruzione concettuale non può identificarsi con l'uso delle formule

la diversità concettuale può essere evidenziata osservando che

“può essere un recinto eguale a un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello”

↓

esistono figure che hanno ***uguale perimetro*** (***isoperimetriche***), ma ***diversa area***

esistono figure che hanno ***uguale area*** (***equiestese***), ma ***diverso perimetro***

⇓

Esiste una relazione tra le due grandezze?

In particolare:

✓ come cambia l’area di figure piane che hanno uguale perimetro, ossia sono isoperimetriche?

✓ come cambia il perimetro di figure piane che hanno uguale area, ossia sono equiestese?

Dal Dialogo “Intorno a due nuove scienze” di Galileo Galilei:

“Il chè accade non solamente fra le superficie irregolari, ma fra le regolari, delle quali quelle di più lati sono sempre più capaci di quelle di manco lati, sì che in ultimo il cerchio […] è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di egual circuito”

(citazione tratta da E. Castelnuovo, “Pentole, ombre, formichine” In viaggio con la matematica, La Nuova Italia,1998, p. 39)

↓

Nelle parole di Galileo vi è la chiave interpretativa dei versi di Virgilio dedicati alla fondazione di Cartagine da parte di Didone

“per l’astuta merce

che, per fondarla, fêr di tanto sito

quanto cerchiar di bue potesse un tergo.”

(Libro I, versi 360-365 dell’*Eneide*, di Virgilio, trad. di A. Caro, ed. D’Anna, 1978)

L’astuzia di Didone consiste nell’applicare la proprietà secondo cui

tra figure piane isoperimetriche, il cerchio è quella di area maggiore.

In modo duale:

tra figure piane equieste, il cerchio è quella di perimetro minore.

Probabile applicazione nella costruzione delle città medioevali:

a parità di area, cinta muraria circolare per ridurne la lunghezza e facilitare la costruzione, la sorveglianza e per ridurre i costi.

Il problema degli isoperimetri

Problemi formulati nella geometria dell'antica Grecia:

1) tra tutti i poligoni piani convessi di n lati e di perimetro dato $2p$, quale ha area massima?

2) tra tutte le figure piane di perimetro dato $2p$, quale ha area massima?

3) tra tutte le figure solide con superficie data S, quale ha volume massimo?

↓

Metodi elaborati e risposte formulate costituiscono la

Teoria degli isoperimetri

elaborata nel corso dei secoli da Zenodoro (II sec. a.C.) sino a Carthéodory e Study (1910) e Chisini (1927).

Alcuni risultati:

1) tra tutti i poligoni piani convessi di *n* lati e di perimetro dato 2*p*, quello *regolare* (*equilatero* e *equiangolo*) ha area massima

⇓

✓ tra tutti i triangoli di perimetro dato 2*p*, il triangolo equilatero è quello di area massima

✓ tra tutti i quadrilateri di perimetro dato 2*p*, il quadrato è quello di area massima

2) tra tutte le figure piane di perimetro dato 2*p*, il cerchio è quella di area massima

3) tra tutte le figure solide di data superficie *S*, la sfera è quella di volume massimo

Perché affrontare il problema a scuola?

Alcune risposte:

✓ permette di operare con i concetti di perimetro e area, senza ricorrere necessariamente ai numeri o alle formule

✓ può essere affrontato con

- ➢ diversi livelli di approfondimento
- ➢ uso di diversi mediatori: attivi, analogici, iconici, simbolici

✓ può essere

- ➢ argomento di un laboratorio di matematica
- ➢ oggetto di un insegnamento a spirale

Un esempio alla scuola primaria

Fissate un'unità di misura di lunghezza e la derivata unità di misura di area, determinare tutti i rettangoli aventi un dato perimetro, con la condizione che i lati dei rettangoli abbiano lunghezze espresse da numeri naturali.
Individuare le relazioni che sussistono tra tali rettangoli.

- ✓ classi coinvolte: classi quinte
- ✓ periodo: ottobre
- ✓ organizzazione:
  - ➢ lavori in gruppi eterogenei (3-4 alunni) per la fase di manipolazione e di rappresentazione
  - ➢ discussione collettiva per il confronto, la rilevazione di analogie, regolarità, relazioni, la formulazione di ipotesi
  - ➢ lavoro individuale per il consolidamento e il momento metacognitivo

- ✓ contesto didattico:
  - ➢ già affrontato il concetto di perimetro e il problema della sua determinazione
  - ➢ esperienze di equiestensione (tangram) e di quantificazione dell’area per conteggio (no conoscenza di formule)
  - ➢ in alcune classi già affrontata la classificazione dei parallelogrammi
  - ➢ consuetudine con lavori di gruppo in matematica e la manipolazione di materiali
  - ➢ lavoro aritmetico sulle coppie additive e quelle moltiplicative di un numero naturale

Prima fase di lavoro

In gruppo

✓ mediante accostamento di tessere quadrate in cartoncino, costruire tutti i rettangoli, non congruenti tra loro, aventi un perimetro dato, espresso in un numero intero di lati quadretto

✓ riportare su carta opportunamente quadrettata i rettangoli individuati

✓ per ognuno dei rettangoli registrare in tabella le misure, in lati quadretto, di due lati consecutivi, la loro differenza e la misura, in quadretti, dell’area

Le strategie

✓ individuazione del primo rettangolo (in genere quello costituito da due righe di quadretti) per tentativi

✓ nella maggior parte dei gruppi successiva individuazione di una strategia

- manipolatoria:

  “ci conviene togliere o aggiungere i quadratini sul lato più corto, perché così cambiamo poco alla volta il perimetro”;

  costruzione della sola “cornice” del rettangolo

- grafica:

  anticipazione della rappresentazione grafica su carta quadrettata rispetto alla costruzione del modello con le tessere quadrate, perché nella fase grafica il rettangolo viene immediatamente individuato con il relativo contorno, seguendo i lati della quadrettatura

- numerica:

ricorso semiperimetro e alla sua scomposizione additiva in due addendi non nulli

$\Downarrow$

anticipazione della compilazione della tabella rispetto al modello materiale con le tessere

procedimento “ordinato”

✓ strategie di calcolo del numero del quadrati senza ricorre al conteggio uno a uno

$\Downarrow$

visualizzazione dello schieramento di quadretti e ricorso alla moltiplicazione

Alcuni conflitti cognitivi

✓ identificazione tra lato-quadretto e quadretto, ossia tra unità di misura di lunghezza e unità di misura di area:

perimetro in lati-quadretto assunto come numero di tessere quadrate a disposizione per

- la costruzione dei rettangoli
- la costruzione del bordo, inteso come cornice, dei rettangoli

Quali possono essere le cause di questa erronea identificazione?

- complessità dei concetti di perimetro e di area
- uso abituale nel linguaggio quotidiano del termine “quadretto” per indicare sia una lunghezza sia un’area

Capita solo nel linguaggio quotidiano?

✓ incertezze nel considerare il rettangolo formato da una sola riga o una sola colonna di tessere, perché questa viene considerata come “segmento”

✓ incertezze nell’accettare il quadrato tra i rettangoli soluzione del problema

Giustificazione addotta al considerare anche il quadrato:

rettangolo significa angoli retti,

quindi anche il quadrato è un rettangolo perché ha gli angoli retti

Collettivamente

- ✓ confronto tra gruppi per verificare la correttezza e la completezza delle soluzioni
- ✓ riordino dei dati numerici raccolti nelle tabella
- ✓ rilevazione di regolarità, relazioni, analogie, differenze, … a partire dall'osservazione delle tabelle

In gruppo

✓ ritagliare i rettangoli isoperimetrici disegnati e incollarli, in tutti i diversi modi possibili, mantenendo un vertice nell'origine O di un riferimento e altri due vertici su ciascuno dei due semiassi

✓ rilevare la posizione del quarto vertice dei rettangoli isoperimetrici

Alcune strategie

✓ tentativi di ricoprire il piano del riferimento

✓ "resistenza" a sovrapporre i rettangoli, perché "non si vedono più"

✓ intuizione della formazione di una "scaletta"

↓

modo ordinato di procedere: basta diminuire di 1 l'altezza e aumentare di 1 la larghezza

✓caso critico del quadrato: "quanti ne incolliamo?"

Seconda fase di lavoro

In gruppo

✓ su un geopiano, mediante elastici, costruire tutti i rettangoli aventi un perimetro dato, espresso in un numero intero di lati-quadretto; i rettangoli devono avere un angolo retto in comune

✓ riportare i rettangoli individuati su carta che riproduce i punti del geopiano

✓ per ognuno dei rettangoli registrare in tabella le misure, in lati quadretto, di due lati consecutivi, la loro differenza e la misura, in quadretti, dell’area

Collettivamente

✓ confronto tra le soluzioni e le osservazioni

✓ conferma dell’allineamento del quarto vertice dei rettangoli isoperimetrici

Alcune strategie

- ✓ ricorso all'immagine della scaletta

  o sin dalla fase iniziale

  oppure per controllare di avere individuato tutti i rettangoli

Alcuni conflitti cognitivi

- ✓ misura del perimetro in lati-quadretto assunta come numero di chiodini lungo il bordo del rettangolo

  geopiano richiede una maggiore astrazione rispetto alle tessere e alla carta quadrettata, perché il lato-quadretto "non si vede"

- ✓ identificazione tra lato-quadretto e diagonale-quadretto

Terza fase di lavoro

In gruppo

✓ riflessione scritta

“Ripensando al lavoro che hai svolto con le tessere quadrate, con il disegno e con il geopiano, cosa hai scoperto riguardo ai rettangoli che hanno uguale perimetro?”

Individualmente

✓ assegnato un perimetro in lati quadretto, ipotizzare il numero di rettangoli, l’esistenza o meno del quadrato, il valore dell’area massima

✓ verificare le risposte con la costruzione grafica e la compilazione della tabella

Quarta fase di lavoro

Mediante accostamento di tessere quadrate in cartoncino, costruire tutti i rettangoli, non congruenti tra loro, aventi un'area data, espressa in un numero intero di quadretti

In gruppo

✓ riportare su carta opportunamente quadrettata i rettangoli individuati

✓ per ognuno dei rettangoli registrare in tabella le misure, in lati quadretto, di due lati consecutivi, la loro differenza e la misura, in lati quadretti, del perimetro

Le strategie

✓ individuazione come primo rettangolo di quello costituito da una riga di quadretti

✓ constatazione dell'inefficacia della strategia del "+1, -1"

✓ ricorso alle tabelline

In gruppo

✓ ritagliare i rettangoli equiestesi disegnati e incollarli, in tutti i diversi modi possibili, mantenendo un vertice nell’origine O di un riferimento e altri due vertici su ciascuno dei due semiassi

✓ rilevare la posizione del quarto vertice.

Perché affrontare il problema a scuola?

Altre risposte:

- ✓ è un vero e proprio *problema*
  - ➢ le conoscenze pregresse sono necessarie, ma non sono sufficienti
  - ➢ mobilita la ricerca di strategie
  - ➢ richiede la formulazione di ipotesi, la loro verifica, il controllo del significato dei risultati
  - ➢ richiede il transfer di conoscenze costruite o collocate in altri contesti

geometrici (differenza tra lato quadretto, diagonale quadretto e quadretto, quadrato come rettangolo speciale, ...)

e aritmetici (coppie di numeri amici nell'addizione o nella moltiplicazione, classi particolari di numeri – pari/dispari, primi, quadrati, composti – multipli, divisori, …)

- ✓ può generare *conflitti cognitivi*, ossia si presta ad essere esperienza critica atta
  - ➢ ad esplicitare convinzioni errate, misconcetti, …
  - ➢ a sollecitare un apprendimento significativo, realmente interangente con la matrice cognitiva del soggetto
  - ➢ a favorire un apprendimento consapevole e la metacognizione
- ✓ è un *contesto ricco* sia dal punto di vista matematico sia dal punto di vista didattico
- ✓ permette la *personalizzazione*, intesa

  non come *differenziazione, individualizzazione, semplificazione* della proposta didattica

  ma come opportunità per ogni allievo di effettuare, di fronte alla stessa proposta, un proprio personale percorso diverso per competenze messe in atto, strumenti utilizzati, acquisizioni cognitive, grado di astrazione, generalità e consapevolezza raggiunti, …

✓ la sua risoluzione può essere effettuata ricorrendo a metodi matematici diversi per complessità e strumenti

↓

continuità tra i diversi ordini scolastici dalla scuola dell’infanzia alla scuola secondaria di secondo grado

Esame di Stato 2004/2005 - Prova di matematica per il Liceo Scientifico

Quesito n°4 – Si dimostri che tra tutti i rettangoli di dato perimetro, quello di area massima è un quadrato.

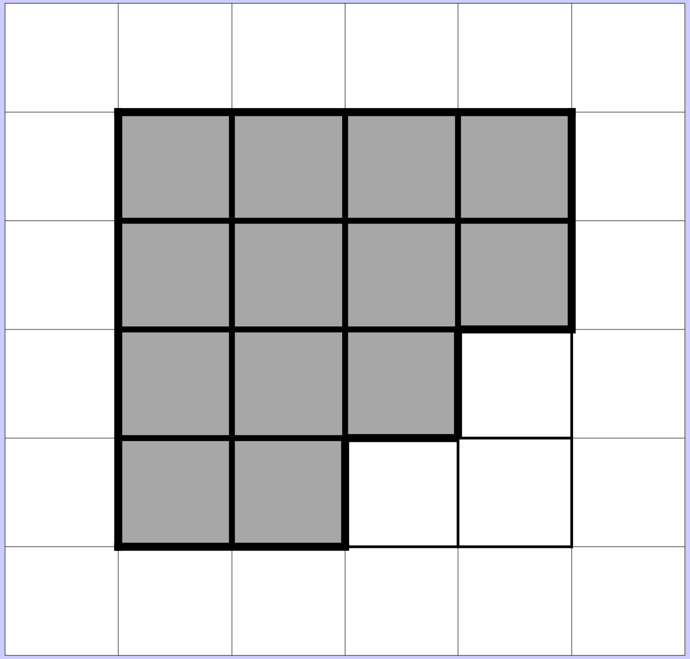
✓ la relazione di isoperimetria e quella di equiestensione possono riguardare figure non usuali nella pratica didattica, come le figure dal contorno non connesso.

Un esempio alla scuola secondaria di I grado

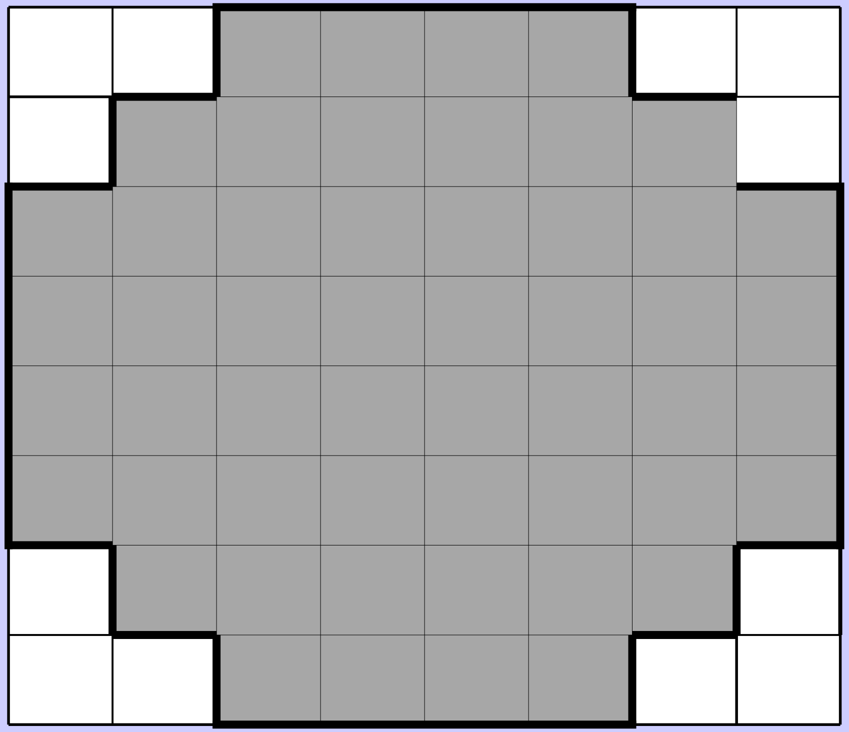
Da un poligono … (di prossima pubblicazione in *Nel mondo della matematica vol. 2 – Ed Erickson*)

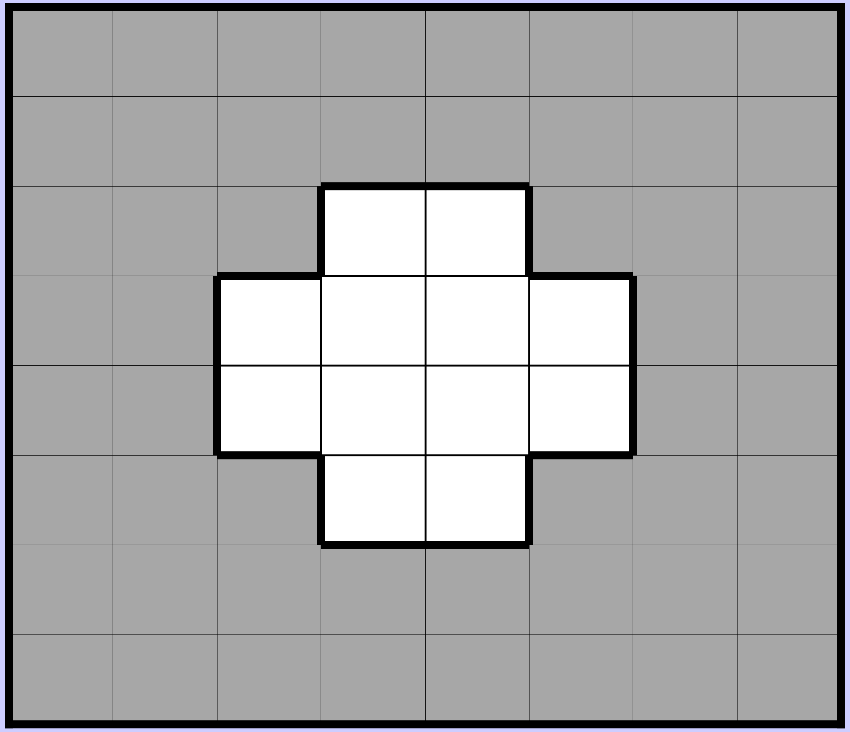
- ✓ Classi coinvolte: prima
- ✓ Periodo: ottobre
- ✓ Organizzazione:
  - ➢ lavoro individuale
  - ➢ discussione collettiva dei risultati

Da un poligono tante figure

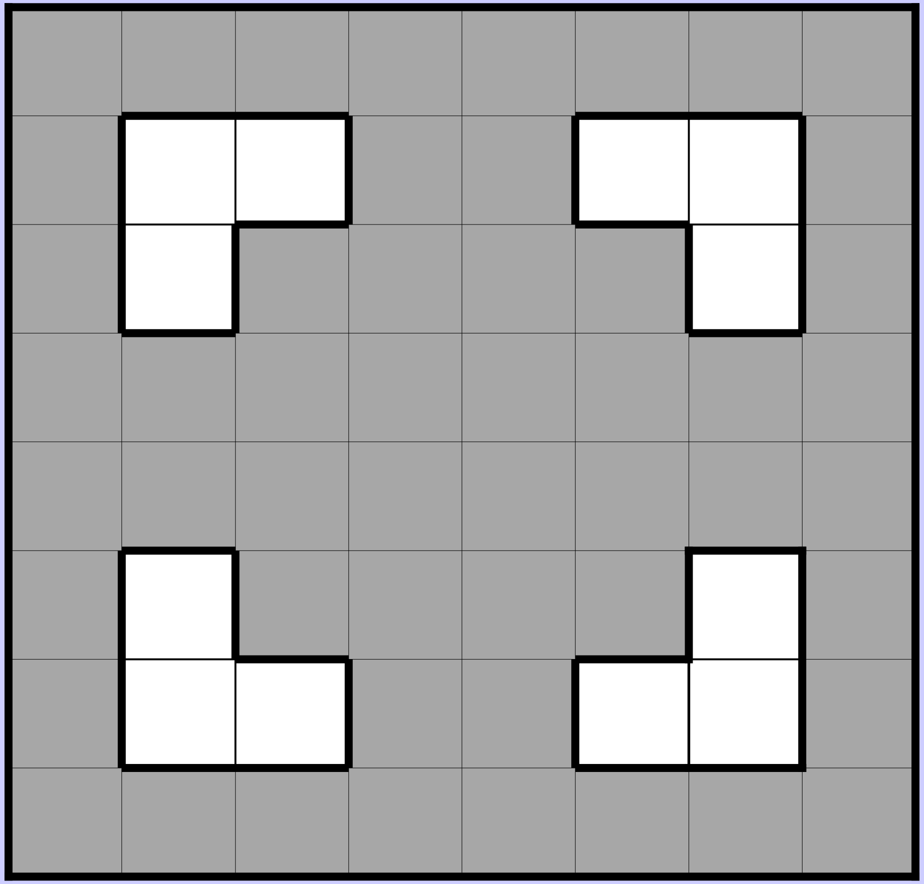


domande	riposte corrette
Quanti lati ha il poligono?	95 %
Il suo nome è…	50 %
Quanti angoli?	85 %
Quanti angoli sono retti?	40 %
Gli altri due angoli sono	25 %



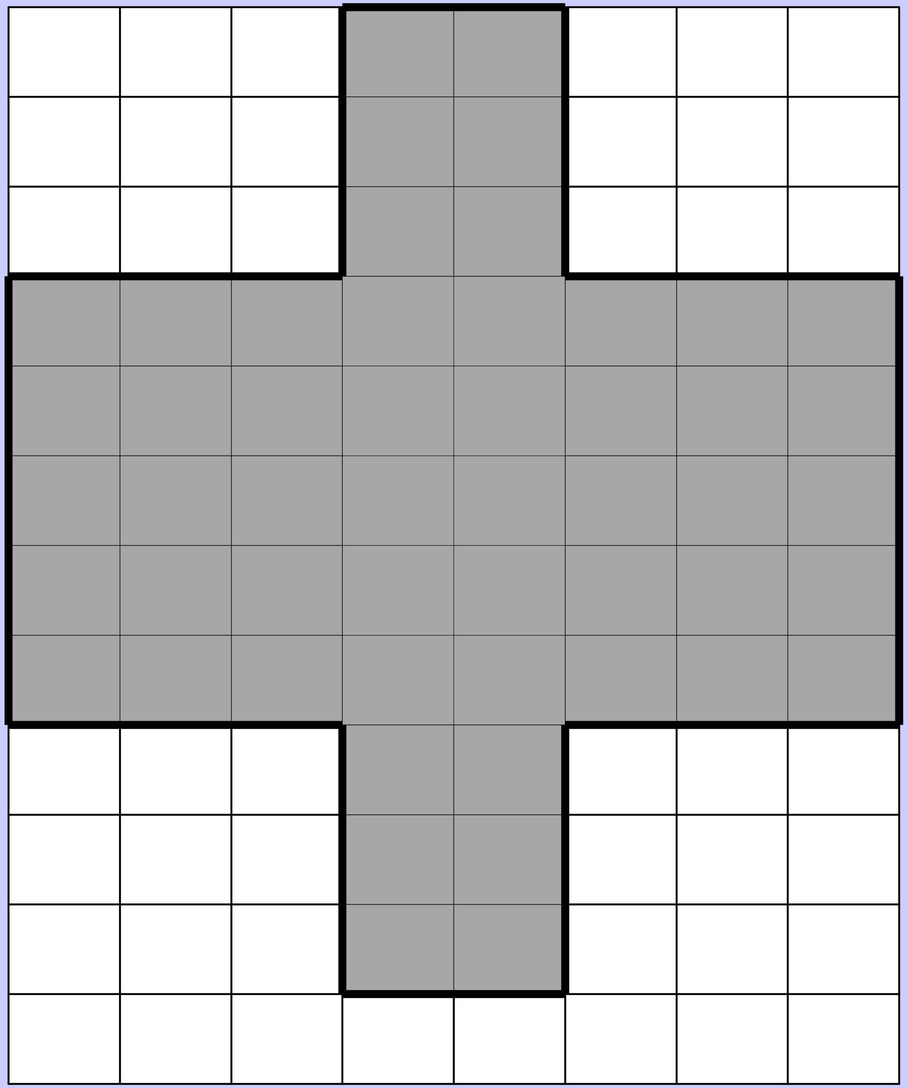


domande	riposte corrette
Quale delle due figure è la più estesa?	85 %
Il contorno della prima figura da quanti lq è formata	50 %
E quello della seconda figura?	25 %



domande	**risposte corrette**
Questa figura è più estesa o meno estesa delle precedenti?	30 %
Espressione per il calcolo dell'area in q	25 %
Espressione per la misura del perimetro	10 %
Un'altra proprietà in comune	0 %

Costruzione errata per errori di ritaglio 25 %

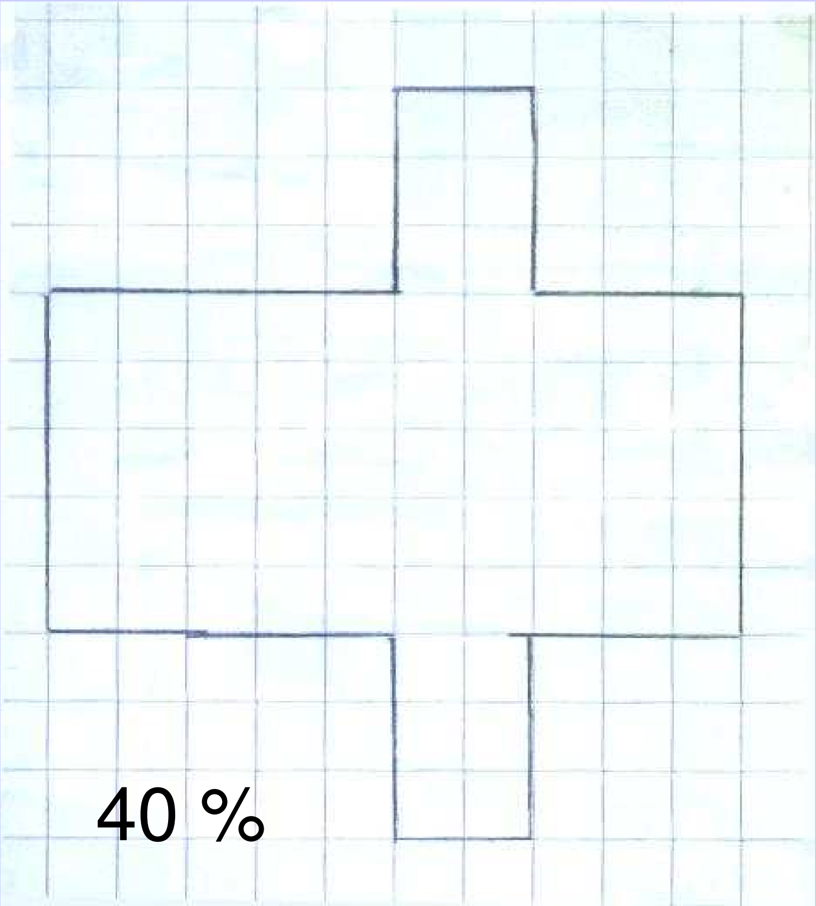


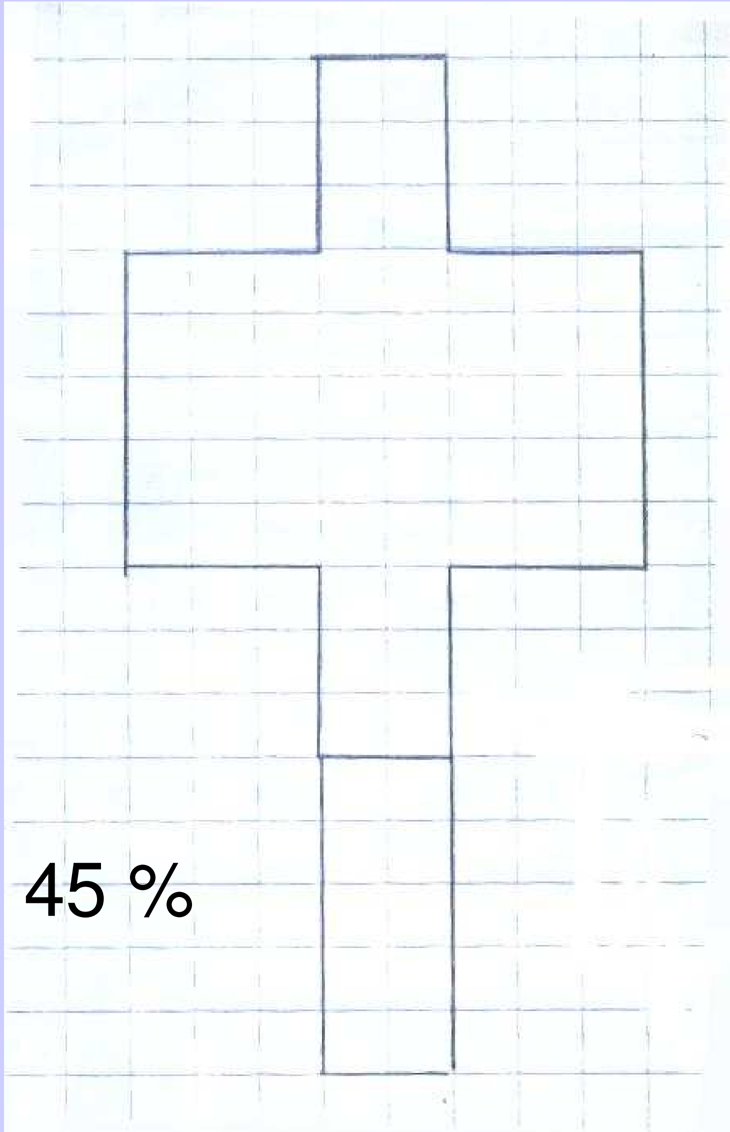
Costruzione nuova figura 12 %

Costruzione scatola senza coperchio 100 %

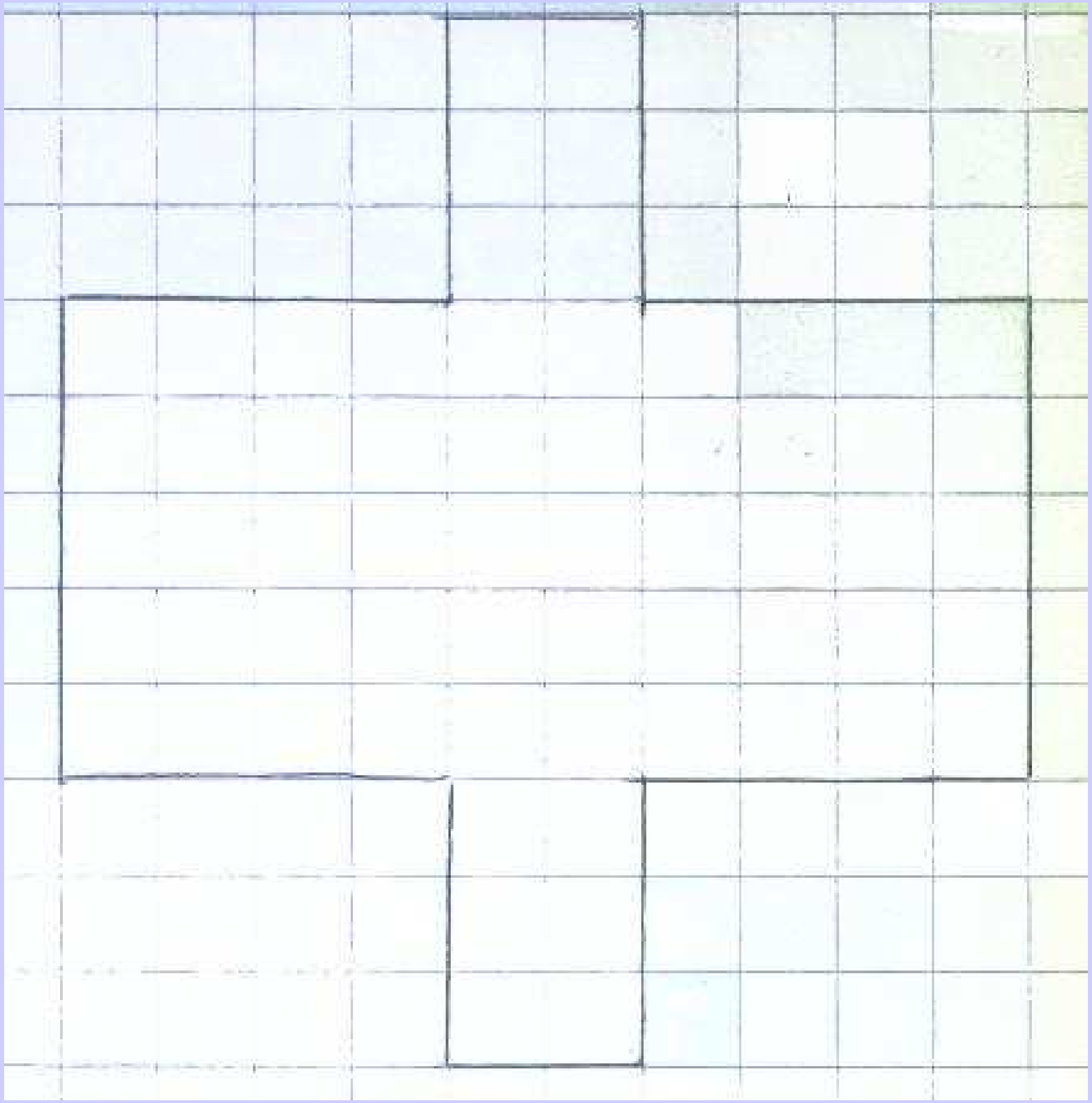
Poligono da aggiungere come coperchio 100 %

Disegni della scatola con coperchio corretti 90 %

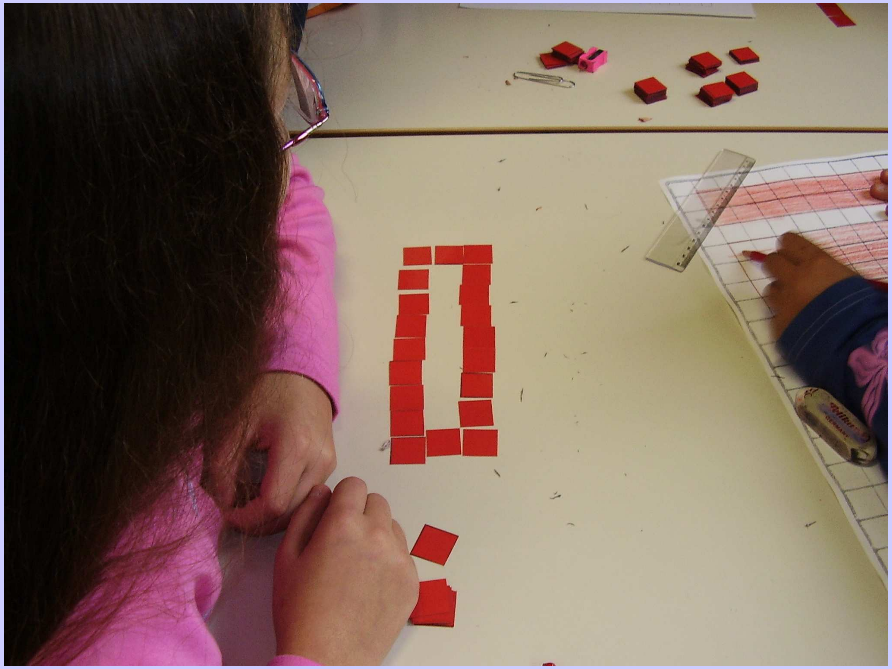




Disegno diverso dagli altri 5 %



Costruzione “parziale”, ma corretta, del modello di un rettangolo di perimetro 24Lq



Da alcune tabelle di gruppo

Gruppo n° 4

Rettangoli di perimetro 20Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
2	8	6	16
3	7	4	21
4	6	2	24
1	9	8	9
5	5	0	25

Gruppo n° 2

Rettangoli di perimetro 20Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
1 da 2	1 da 8	6	16
1 da 3	1 da 7	4	21
1 da 4	1 da 6	2	24
1 da 5	1 da 5	0	25
1 da 1	1 da 9	8	9

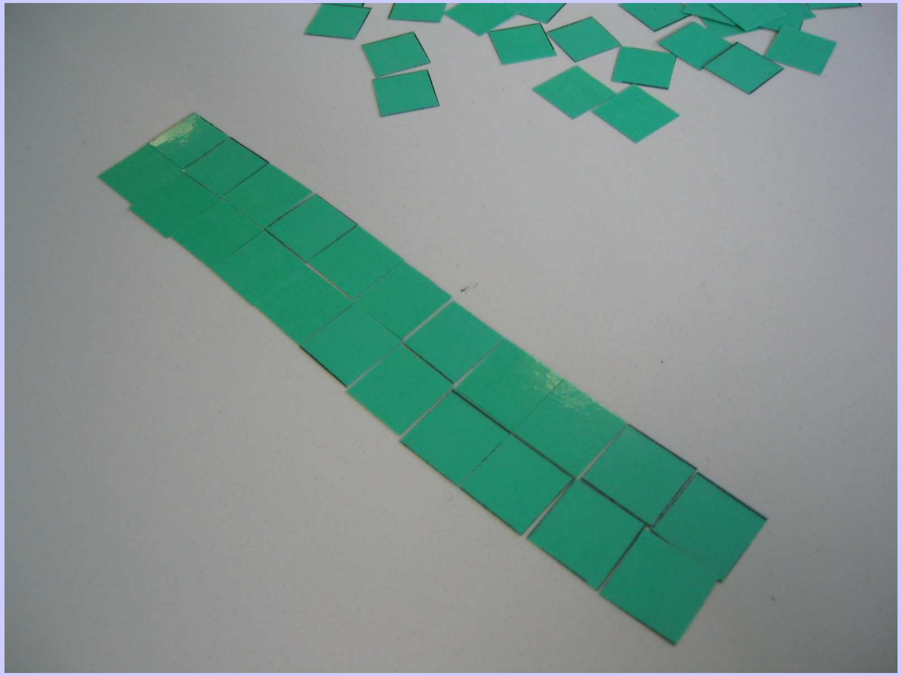
Gruppo n° 6

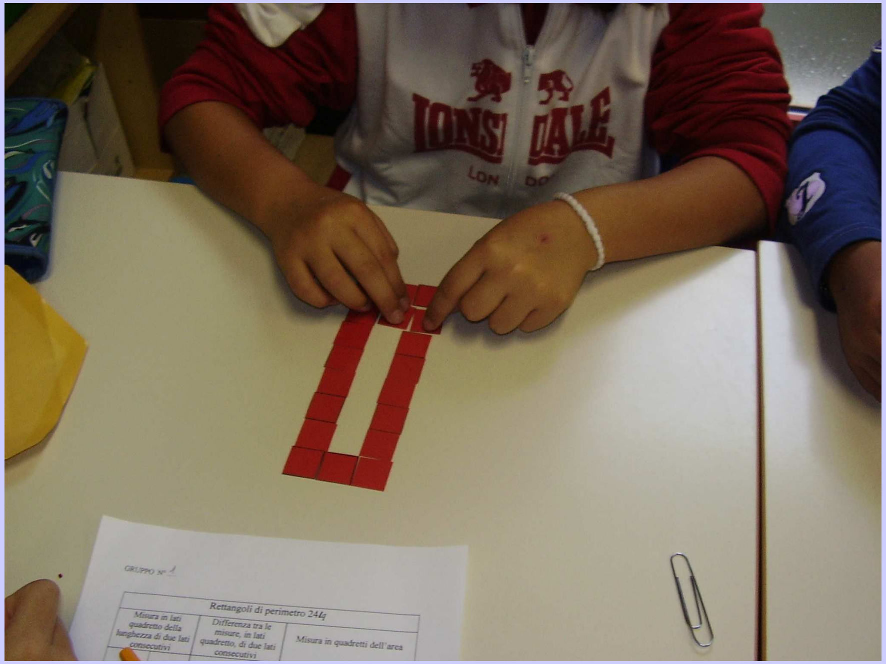
Rettangoli di perimetro 24Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
10	2	8	20
11	1	10	22
9	3	6	18
8	4	4	16
4	8	4	16
6	6	0	12

Gruppo azzurro

Rettangoli di perimetro 20Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
3	7	4	21
2	8	6	16
9	1	8	9
5	5	0	25
6	4	2	24

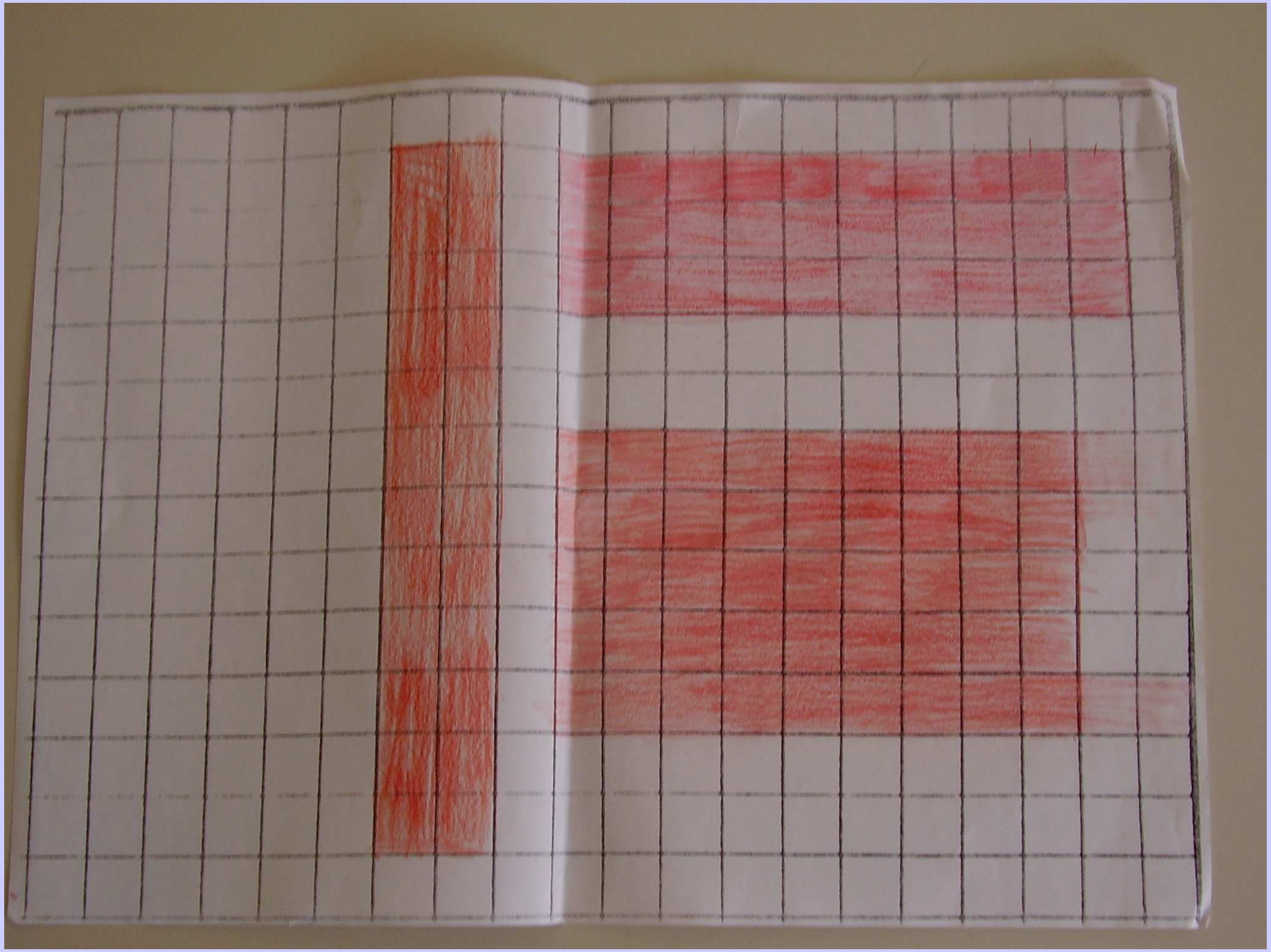
Utilizzo di 22 tessere quadrate
per costruire un rettangolo avente
perimetro di 22Lq





Costruzione di uno schieramento
di 8 righe di 3 tessere quadrate
per realizzare (con 24 quadretti)
un rettangolo avente perimetro
di 24Lq

Rappresentazione di rettangoli in cui il perimetro di 24Lq è stato ottenuto formando una “cornice” composta da 24 tessere quadrate: l’errore è presente nel rettangolo a sinistra e in quello in basso a destra



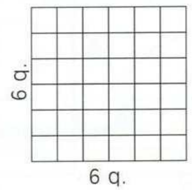
Da un sussidiario di classe quinta

Geometria

Perimetro e area dei quadrilateri

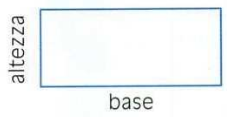
Quadrato

Perimetro:
lato × 4
Area:
lato × lato

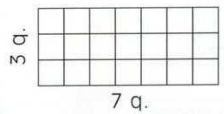


Perimetro:
6 × 4 = 24
(in quadretti)
Area:
6 × 6 = 36
(in quadretti)

Rettangolo

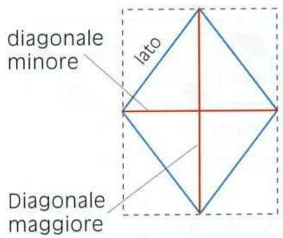


Perimetro:
b + h + b + h
oppure
p = (b + h) × 2
Area:
b × h



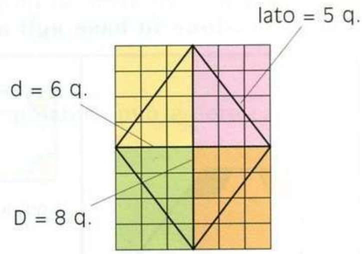
Perimetro:
7 + 3 + 7 + 3 = 20
oppure
(7 + 3) × 2 = 20
(in quadretti)
Area:
7 × 3 = 21
(in quadretti)

Rombo



Perimetro:
lato × 4
Area:

$$\frac{\mathbf{D \times d}}{\mathbf{2}}$$



Perimetro:
5 × 4 = 20
(in quadretti)
Area:

$$\frac{8 \times 6}{2} = 24$$

(in quadretti)

Anche quando “facciamo geometria” utilizziamo indifferentemente il quadretto come figura piana e come linea.

I materiali con cui costruiamo modelli di segmenti, come strisce di cartoncino, sono in realtà rettangoli, ma noi li usiamo ignorando una dimensione e focalizzando l’attenzione solo sull’altra: siamo certi che gli alunni facciano la nostra stessa astrazione?

I materiali, più o meno strutturati, rispetto al concetto di cui i materiali vogliono essere un modello concreto hanno sempre

- limiti (per esempio la finitezza)
- eccessiva ricchezza di attributi (per esempio il colore)

Uso consapevole, non esclusivo, esplicito di un materiale in modo da evitare che esso crei o rafforzi stereotipi, convinzioni errate, …

Rettangoli di perimetro 24Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
11	1	10	11
10	2	8	20
9	3	6	27
8	4	4	32
7	5	2	35
6	6	0	36

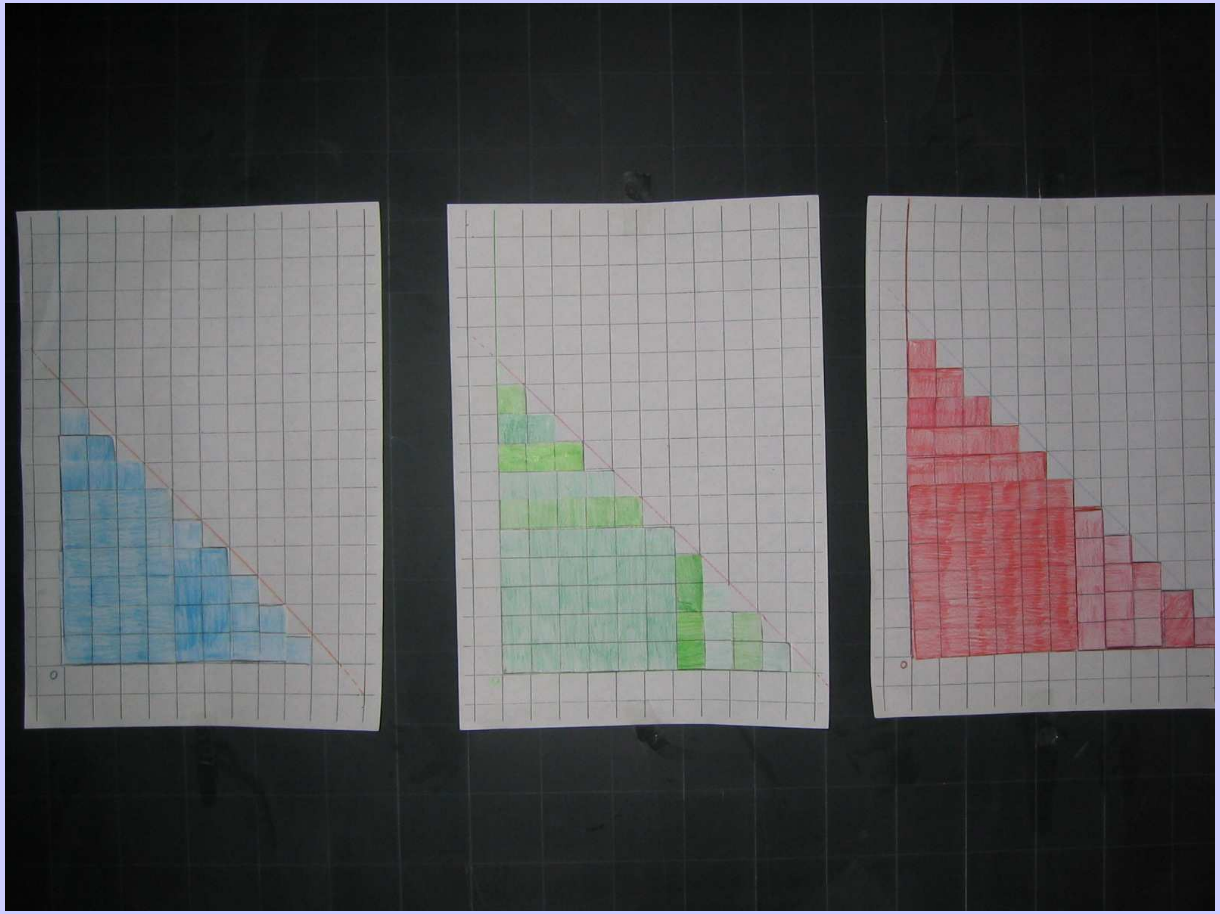
Rettangoli di perimetro 20Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
1	9	8	9
2	8	6	16
3	7	4	21
4	6	2	24
5	5	0	25

Rettangoli di perimetro 22Lq			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in quadretti dell'area
1	10	9	10
2	9	7	18
3	8	5	24
4	7	3	28
5	6	1	30

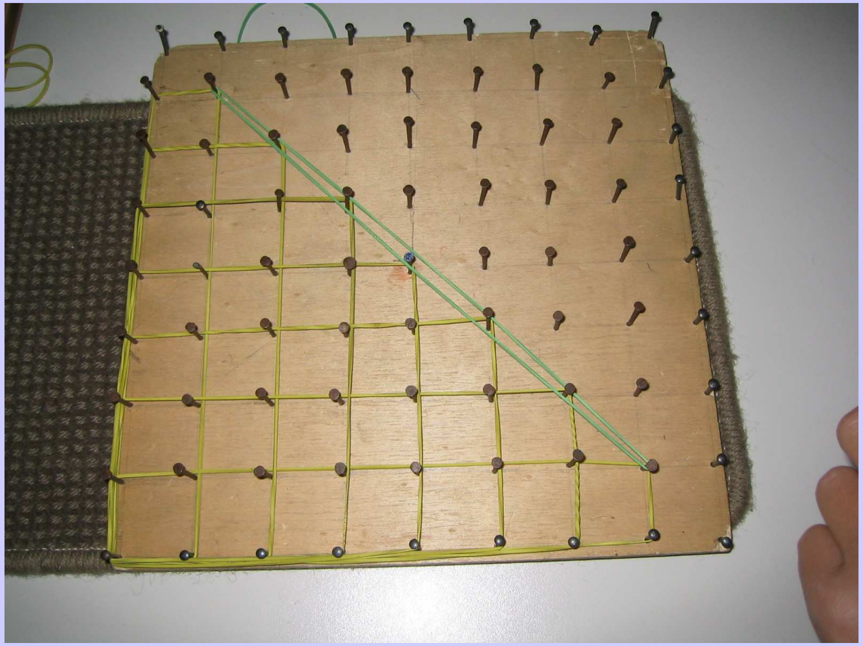
- presenza di alcune delle coppie additive del numero che esprime la misura del semiperimetro: mancanza delle coppie con 0 e coppie considerate non ordinate
- presenza del quadrato in relazione alla divisibilità per 4 del perimetro o per 2 del semiperimetro
- ulteriori regolarità numeriche
- al decrescere della differenza tra le misure dei lati cresce la misura dell'area
- quadrato come rettangolo di area massima

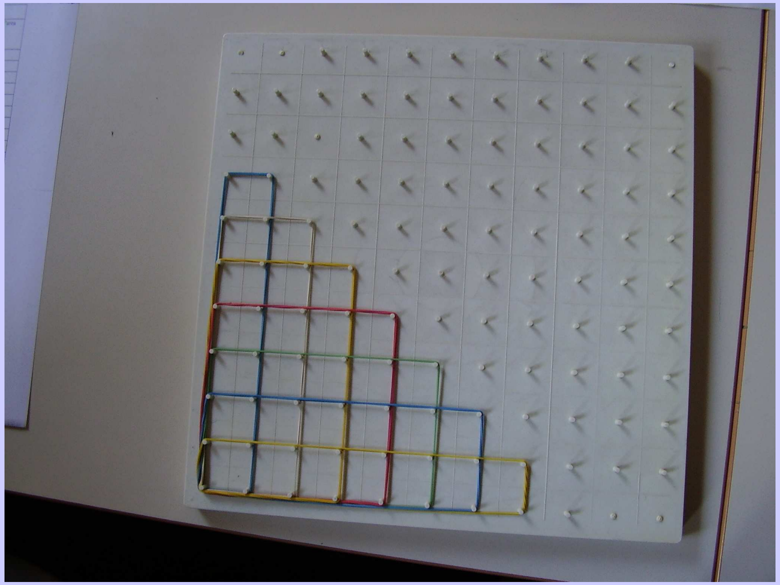
Alcune osservazioni

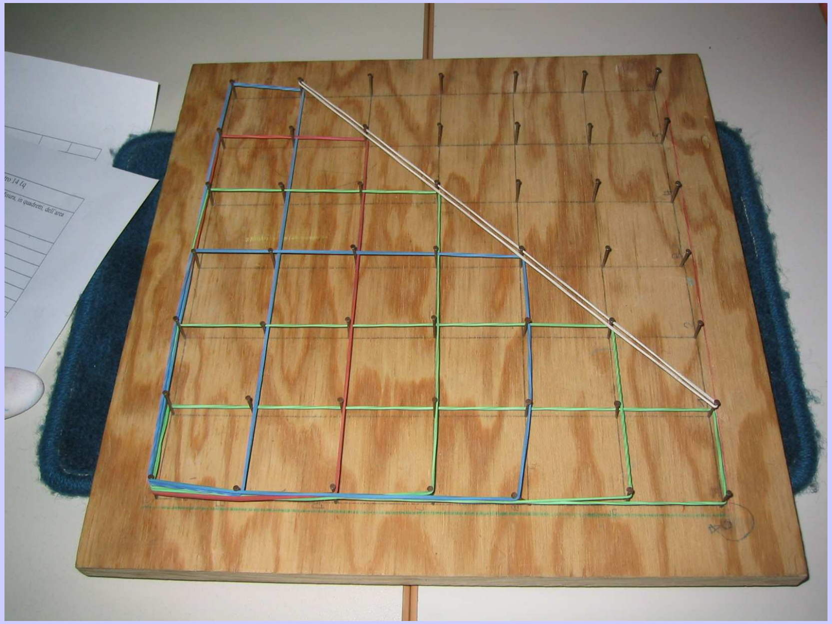
- ✓ i rettangoli formano una scaletta
- ✓ i vertici che non stanno sugli assi stanno in diagonale, formano un segmento obliquo
- ✓ i vertici stanno alla stessa distanza, una diagonale-quadretto
- ✓ intuizione della continuità



Alcune soluzioni







Alcune risposte

“Con i poligoni rettangoli che abbiamo formato con il geopiano abbiamo notato che mettendoli dal più lungo e stretto al più corto e largo i rettangoli non si sono sovrapposti.

Per sapere l’area dei rettangoli non siamo stati lì a contare quadretto per quadretto, ma abbiamo moltiplicato la lunghezza per la larghezza. […]

Per formare i rettangoli abbiamo fatto la metà dei nostri lati quadretto, cioè sedici, e la metà è otto, es: 2 + 6 = 8 e 8 + 8 = 16; 3 + 5 = 8 e 8 + 8 = 16;

4 + 4 = 8 e 8 + 8 = 16; 1 + 7 = 8 e 8 + 8 = 16.

Abbiamo formato anche un quadrato facendo 4 + 4 = 8”

(Marco, Diego, Ilaria, Greta)

“Abbiamo capito che i rettangoli isoperimetrici sono diversi di area, ma sono uguali di perimetro e che il quarto vertice non coincide con O e si trova su una linea retta.

Se si moltiplica il numero delle righe per il numero delle colonne il risultato è l’area, e se si sommano questi numeri il risultato sarà la metà del perimetro.”

(Lucrezia, Alberto, Luca, Lucia)

“Non abbiamo mai trovato quadrati perché tutte e due le volte il semiperimetro era dispari (11Lq la prima volta e 5Lq la seconda)”.

(Marina, Nicholas, Luciana, Samanta)

“Nella tabella dei rettangoli di perimetro 16 abbiamo messo la misura in lati quadretto di due lati consecutivi in modo che la fila di sinistra è più uno e la fila di destra è meno uno. Abbiamo osservato che la differenza tra le misure, in lati quadretto, di due lati consecutivi procede con la tabellina del due”.

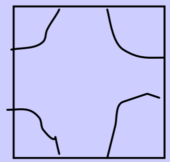
(Luigi, Sofia, Luca, Sara)

“1) Notiamo che il lavoro [con il geopiano] è simile al precedente [con le tessere].

[…] 4) Nel primo lavoro abbiamo costruito più rettangoli perché il perimetro era maggiore; in questo lavoro abbiamo costruito 3 rettangoli diversi.

(Linda, Giulia, Alessandro, Marco)

Abbiamo imparato che anche un quadrilatero [quadrato] è un rettangolo perché ha 4 angoli retti.



Abbiamo anche imparato a misurare l’area con la tabellina, facendo un lato per il suo consecutivo.

(Luca, Cristian, Alberto)

“Abbiamo scoperto che i rettangoli di uguale perimetro mettendoli a coppie orizzontali e verticali formano dei vertici, che vanno in fuori. Passandogli sopra con una retta si vede che sono punti allineati.

Abbiamo anche capito che figure con

- uguale perimetro

- uguale area

possono confondere perché sono in posizioni diverse. Sembrano altre figure ma in geometria la posizione non conta.

Nella tabella i numeri dei lati moltiplicati insieme danno il numero dell’area”.

(Valentina, Gianluca, Marco)

“Per semplificare il lavoro bastava fare: in verticale aggiungere 1 e in orizzontale togliere 1”.

(Sara, Catalin, Natasha)

“- Il quadrato ha l’area maggiore tra i rettangoli dello stesso numero di lati quadretto, cioè dello stesso perimetro.

-Il numero di lati quadretto nella differenza man mano si va avanti diminuisce, invece l’area aumenta”.

(Hind, Giulia, Sara)

“- Almeno un vertice dei rettangoli è sempre libero e sono tutti allineati. […]

-In base al numero di lati quadretto si poteva capire se c’era il quadrato oppure no.

- In base alla metà del numero di lati quadretto si formava la figura”.

(Giacomo, Roberta, Matteo)

Alcune osservazioni

- ✓ difficoltà a procedere sulle immagini mentali e a generalizzare
- ✓ necessità di “supporti” numerici
  - ➢ tabelle con applicazione della regola “+1, -1”
  - ➢ disposizione dei numeri indicanti le misure delle lunghezze dei lati a formare immaginari rettangoli

7

1 1

7

- ➢ uso di espressioni

$(7 \times 2) + (1 \times 2) = 16$

$(6 \times 2) + (2 \times 2) = 16$

…

Per costruire i rettangoli (18 q) abbiamo provato in quale tabellina c’era il numero 18.

Es: $6 \times 3 = 18$

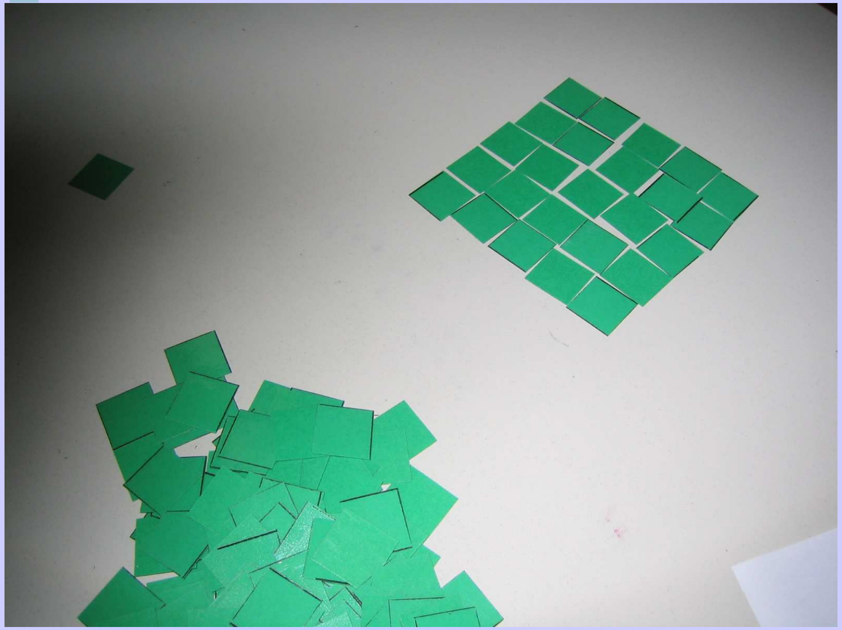
Per vedere se avevamo fatto tutti i rettangoli abbiamo controllato i numeri che avevamo registrato in tabella che erano divisori di 18 e non ne abbiamo trovati altri.

[…]

Abbiamo osservato che nella colonna delle differenze dei lati consecutivi i numeri vanno in ordine crescente.

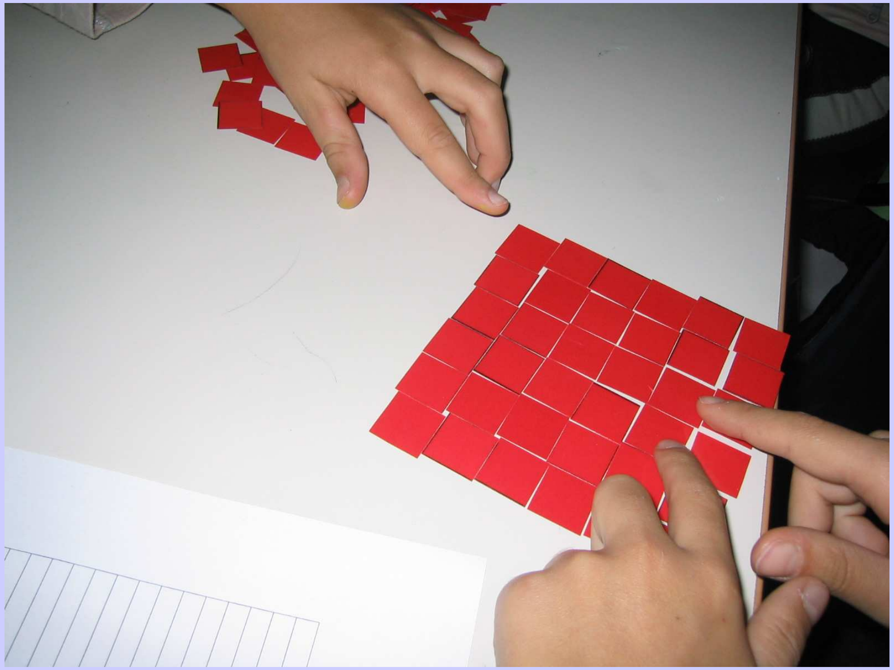
(Sofia, Sara, Luigi, Luca)

Rettangoli di area 18 q			
Misura in lati quadretto della lunghezza di due lati consecutivi		Differenza tra le misure	Misura in lati quadretto del perimetro
6	3	3	18
9	2	7	22
18	1	17	38



Abbiamo notato che si poteva ottenere solo un quadrato e un rettangolo, perché l’area era tanta [25 q] e perché pensando al lavoro scorso abbiamo fatto la stessa cosa con i quadratini, ma non è uscita la stessa cosa alla fine perché 25 è multiplo di 5; 1 e di se stesso

(Davide, Antonello)



Abbiamo notato che trovando tutte le aree possibili abbiamo anche trovato tutti i divisori, in questo caso di 36. Quando avevamo fatto i perimetro e non l’area sapevamo che potevamo fare un tot di rettangoli, mentre con l’area non riuscivamo a sapere quanti ne dovevamo fare

(Ilaria, Greta, Marco, Diego)

Alcune osservazioni

- ✓ “Abbiamo osservato che mentre facevamo il perimetro, mettendo i rettangoli formati dal più lungo al meno largo abbiamo ottenuto i rettangoli uno subito sotto l’altro e i vertici formavano una diagonale. Mentre quando l’abbiamo fatto con l’area erano sì uno sotto l’altro, però non subito sotto e se univamo i vertici formavano una linea spezzata, semplice e aperta.”

(Ilaria, Greta, Marco, Diego)

- ✓ “Osservando le nostre tabelle abbiamo notato che mettendo in ordine i dati di ogni rettangolo la differenza tra le due misure e la misura del perimetro aumentano […] Non viene una scala. All’inizio abbiamo duplicato i rettangoli, poi abbiamo incollato tutti i rettangoli in modo che non si sovrapponessero e la scala non è riuscita”.

(Marina, Samanta, Nicholas, Luciana)

✓ “Questa volta con l’area di ventiquattro quadretti non riusciamo a fare la linea retta in diagonale perché ogni rettangolo distanzia moltissimi quadretti”.

(Imela, Daniele, Sara, Martina)

✓ “Rispetto all’altra volta la sovrapposizione dei rettangoli è diversa: nell’altra volta i vertici che non combaciavano con il punto O erano sulla linea retta, invece questa volta la linea retta non si può tracciare perché se si traccia sarebbe spezzata, quindi i vertici che non combaciano con il punto O non sono uno dopo l’altro”.

(Lucia, Luca, Lucrezia, Alberto)

✓ conclusione collettiva: tra tutti i rettangoli di uguale area, il quadrato, quando c’è, è quello di perimetro minimo.