LA DIVISIONE IN PRIMA ELEMENTARE

Inizialmente impostata tenendo presente che i bambini sanno già ***raggruppare*** e che raggruppare, in qualche modo, significa proprio ***dividere***.

Le tecniche iniziali di approccio alla divisione sono:

- impostare la divisione come una partizione;
- divisione di contenenza.

In tutti i discorsi affrontati è fondamentale, tramite esempi, richiamare il fatto che

tale operazione è l'inversa della moltiplicazione.

LA DIVISIONE IN PRIMA ELEMENTARE

Per introdurre *la divisione* è facile ricondursi a problemi che frequentemente coinvolgono i bambini in classe quando devono spartirsi determinati oggetti in modo equo: matite, fogli, merende ecc.

E' quindi su questo tipo di attività che deve puntare l'osservazione dell'insegnante prima di passare all'operazione formale:

il comportamento di un bambino chiamato a dividere tra i compagni un certo numero di oggetti è il primo irrinunciabile passo da compiere.

L'insegnante inizierà, così, ad usare in classe un linguaggio che coinvolge espressioni usate nella divisione:

- *"Prendi 12 gettoni, scegli 4 compagni e dai un gettone ad ognuno finché ne hai",*

- *“Prendi 15 gettoni, scegli 5 compagni e distribuisci tutti i gettoni in parti uguali”.*

Si è già accennato al metodo di approccio alla divisione come partizione:

poiché i bambini sanno raggruppare in maniera sicura, avviarli ad operare una divisione formando tanti gruppi di un determinato numero di oggetti, sarà per loro impresa facile.

La prima fase, dunque, sarà di tipo manipolativo, lavorando concretamente con oggetti. Non risulta essenziale in prima classe infatti formalizzare numericamente l’operazione divisione.

La ***divisione di partizione*** sembra il modo più naturale per iniziare a parlare di tale operazione, ma non per questo bisogna tralasciare altri metodi come quello della

divisione di contenenza:

portare il bambino a capire “***quante volte***” un dato numero “***sta***” (o “***è contenuto***”) in un altro.

Le domande di rito per questo tipo di approccio saranno:

- *"Con 12 matite quanti gruppi di 4 matite puoi formare?”*
- *“Hai 20 caramelle, quanti gruppi di 5 caramelle puoi formare?”*

e ancora con i regoli:

- *“Quante volte il regolo marrone contiene il regolo bianco?”*

“Carla, nel sacchetto ci sono delle mentine. Distribuiscile tutte, ma fai attenzione a fare le parti giuste.”

Carla si troverà a sperimentare direttamente un caso di **ripartizione**. Passerà da un compagno all’altro consegnando una mentina per volta

ripassando tante volte fino ad esaurirle o a non averne più abbastanza per accontentare tutti.

"Francesco, prendi queste biglie, danne tre a ciascuno."

Francesco invece farà un'esperienza di ***contenenza***. Si fermerà una sola volta davanti ad ogni compagno dandogli le tre biglie.

Alla fine potrebbe non avere sufficienti biglie per il compagno successivo

Dopo varie esperienze si potrà tornare sulle modalità di distribuzione

Primo caso (Carla)	*Secondo caso (Francesco)*
Si distribuisce una mentina per	Si distribuiscono più biglie per volte
Si ripete più volte il giro	Si compie un solo giro

E' opportuno precisare che anche la ripartizione si riconduce con facilità ad un caso di contenenza.

Supponiamo che un bambino voglia distribuire in parti uguali ai suoi ***3*** amici le sue ***6*** biglie.

E' un caso classico della cosiddetta ***ripartizione.***

Il bambino è portato ad effettuare una prima distribuzione di ***3*** biglie (una per ciascun amico), poi una seconda ancora di ***3*** biglie.

Di fatto ad ogni distribuzione leva ***3*** biglie.

Si potrebbe quindi dire:

"Quante volte si possono levare 3 biglie da un gruppo di 6?"

Il numero delle volte (***la contenenza***) non è altro che il numero delle biglie distribuito ad ogni amico.

Anche in questo caso, è fondamentale dare modo al bambino di esercitarsi largamente fino alla comprensione totale di tale concetto, ritenuto, tra quelli visti, il più complesso.

Le argomentazioni trattate rappresentano tutto ciò che riguarda le operazioni in prima classe; data la piccola età degli alunni e lo sforzo che essi compiono a intraprendere il tipo di lavoro descritto, non si va oltre l'esecuzione delle operazione aritmetiche sul piano simbolico.
Tale scelta didattica è pienamente condivisibile in quanto, una volta affrontati concettualmente gli argomenti, si passa ad affiancare a tale lavoro le tecniche di calcolo classiche a partire dalla classe seconda.

LA DIVISIONE IN SECONDA ELEMENTARE

Anche per la divisione come per la moltiplicazione, in classe seconda ci limitiamo ad affrontare l'operazione in un contesto numerico più ampio rimanendo ancora sul piano simbolico senza introdurre l'algoritmo di calcolo.

Continueremo ad utilizzare il materiale e la tipologia di problemi già introdotti in seconda, cercando situazioni che coinvolgono divisioni in cui il divisore è ancora dato da **una cifra**, mentre il dividendo anche da **due**.

Si cercheranno molteplici situazioni in cui i bambini devono **dividere** in parti uguali un determinato, **anche grande**, numero di oggetti tra i compagni.

E’ opportuno in una prima fase *lasciarli liberi* di operare, intervenendo poi nello spiegare che il modo più corretto per eseguire tale divisione è quello di fare i

“turni di distribuzione”

cioè distribuire un oggetto per volta ad ogni bambino, ripartendo ogni volta dal primo, ritornando così alla formulazione della ***divisione di partizione***, già vista in prima.

In un secondo momento si possono sollecitare i bambini a riflettere sulle azioni compiute ponendo opportune domande:

“Quanti turni di distribuzione sono stati fatti?”

“Ogni bambino ha ricevuto lo stesso numero di oggetti?”

“Quanti oggetti ha ricevuto ogni bambino?”

Un altro modo già visto per eseguire una divisione è rappresentato dai “***raggruppamenti***”, tecnica di cui i bambini hanno già ampia padronanza.

Sarà semplice, per loro, capire come il metodo operativo seguito precedentemente equivale a

formare tanti gruppi di uno stesso numero di oggetti.

Anche il tal caso è bene procedere introducendo **contesti problematici concreti:**

mettere 18 matite in alcune scatole, che ne possono contenere 6 ciascuna e quindi stabilire quante scatole sono necessarie.

Dopo aver rappresentato la situazione alla lavagna la si potrà **convertire numericamente**.

E' indispensabile che i bambini colgano la

relazione tra divisione e moltiplicazione

e per questo risultano molto utili gli *schieramenti*.

La prospettiva con la quale si usano gli *schieramenti* per giungere alla divisione è ben diversa da quella precedente.

Per la **moltiplicazione:**

partiamo dal numero di oggetti che compongono le righe e dal numero di righe: ***dobbiamo eseguire una moltiplicazione per determinare il numero complessivo di oggetti che formano lo schieramento.***

Per la **divisione:**

prendiamo in considerazione il numero totale degli oggetti dello schieramento, e il numero di quelli che compongono ogni riga: ***dobbiamo eseguire una divisione per stabilire il numero delle righe formate.***

LA DIVISIONE IN TERZA ELEMENTARE

Anche il discorso sulla divisione dovrà partire ricollegandosi a quello lasciato nell'anno precedente, ricordando che i bambini hanno affrontato il dividere limitatamente al piano simbolico.

Ora si può cominciare introducendo l'esatta nomenclatura, cioè

DIVISORE, DIVIDENDO e ***QUOZIENTE***,

Si comincia con la verifica delle abilità che si intende acquisite nel corso del primo ciclo, ricreando situazioni problematiche che inducono i bambini ad operare una divisione in maniera naturale richiamando i concetti di ***partizione*** e ***contenenza***.

Prima di passare all'algoritmo di calcolo, è utile proporre attività preliminari che inducano i bambini a riflettere su particolari aspetti della divisione, tra i quali

il comportamento del resto.

Non si è ancora al calcolo in colonna ma è importante presentare una visione completa dell'operazione illustrando casi, molto più realistici, in cui la divisione presenta il resto.

I bambini, eseguendo la divisione mediante i raggruppamenti non danno importanza agli elementi che "***avanzano***", finché il fenomeno non viene messo in evidenza dall'insegnante.
Si propongono semplici divisioni aventi come divisori il 2, il 3, Il 4, il 5, ecc., quindi si invitano i bambini ad osservare "***i pezzi avanzati***" e a registrare il loro numero su un tabella.

In questo modo, dopo varie esperienze si favorisce la scoperta della "***regola del resto***"

il resto non può mai essere

uguale o maggiore del divisore.

Un altro aspetto sui cui sollecitare la riflessione dei bambini consiste nell'individuare ed eseguire la divisione come

operazione inversa della moltiplicazione.

Si evidenzia come gli schieramenti costituiscono un evidente punto di raccordo tra le due operazioni.

Ogni schieramento può essere visto da due aspetti diversi:

- ***un numero che si <u>ripete</u>***
  (o somma di addendi uguali);
- ***una quantità <u>suddivisa</u> in parti uguali.***

Si comincia con attività collettive, presentando vari schieramenti alla lavagna e invitando gli alunni prima ad

esprimere la moltiplicazione

e poi ad

individuare la relativa divisione.

Si potrà quindi passare ad esercitazioni individuali.

Ancora utile risulta la **linea dei numeri**:

"***quanti salti da 2 per arrivare a 18?***",

quindi ***2 ´ 9 = 18*** oppure ***18 : 2 = 9***.

Quando tutta la classe opererà in modo sicuro, si potrà passare alla formulazione di problemi essenzialmente aritmetici

"***Quante volte si deve ripetere il 5 per arrivare al 30?***".

Il passo successivo sarà il conseguimento della capacità di

dividere per 10 e per 100.

Moltiplicare per 10 e per 100 aveva dato la possibilità ai bambini di capire come tutto il procedimento fosse incentrato

sul cambiamento del valore posizionale delle cifre.

Allo stesso modo:

- **dividere un numero per *10* significa trasformare le *decine in unità*, le *centinaia in decine*, ecc.**
- **dividere un numero per *100* significa trasformare le *centinaia in unità*, le *migliaia in decine*.**

Si arriva quindi all'algoritmo di calcolo classico.

Primo passo: ***dividere in colonna con il divisore ad una cifra senza il cambio***.

A questo punto si può introdurre un nuovo sussidio

il quadrato dei primi cento numeri,

da costruire in classe insieme agli alunni e da tenere sempre bene in vista in classe: ad es. si potrà chiedere ai bambini, invitandoli ad aiutarsi con il quadrato, quante volte bisogna contare il 6 per raggiungere il 18.
Si propongono svariate esercitazioni ciascuna accompagnata dalla ***rappresentazione numerica*** della divisione eseguita.

Iil dividendo è stato finora considerato senza

le scansioni secondo il valore posizionale delle cifre,

operazione necessaria per impostare le prime divisioni in colonna.

Ritornano ancora molto utili i B.A.M: ad esempio per calcolare

69 : 3,

si scompone **69** con i B.A.M. e si raggruppano per **3** ottenendo

due gruppi di tre **decine** e

tre gruppi di tre unità

cioè **23**.

In questa fase è importante che *la prima cifra* del dividendo (se è di due) o *le prime due* (se è di tre) siano *multipli del divisore*, per evitare il cambio.

48 : 2

raggruppando **per 2**

le decine, si ottengono **2 gruppi** e non avanza alcuna decina;

le unità, si ottengono **4 gruppi** e non risultano unità restanti.

Molti esercizi di questo tipo saranno utili soprattutto per eliminare la necessità dei sussidi.

<u>Secondo passo</u>: ***dividere in colonna con il divisore ad una cifra <u>con il cambio</u>***.

Si comincia con divisioni in cui risulta necessario il

cambio delle decine in unità.

Rappresentando

96 : 4

con i Blocchi i bambini osserveranno subito che, raggruppando per quattro i vari pezzi,

"avanza una decina".

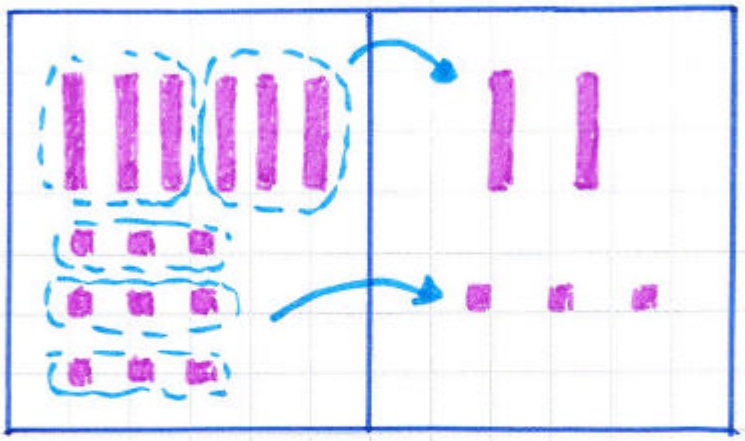
L'esperienza maturata con il cambio nelle altre operazioni, suggerirà che essa è "***cambiata***" con dieci unità, quindi le unità diventano **16** che si possono poi raggruppare per **4**.

La stessa tecnica sarà poi utilizzata per introdurre le divisioni che richiedono il cambio delle ***centinaia in decine***.

Procedimento di calcolo della divisione

1° esempio 69 : 3

con i B.A.M (Raggruppando per 3)



in colonna

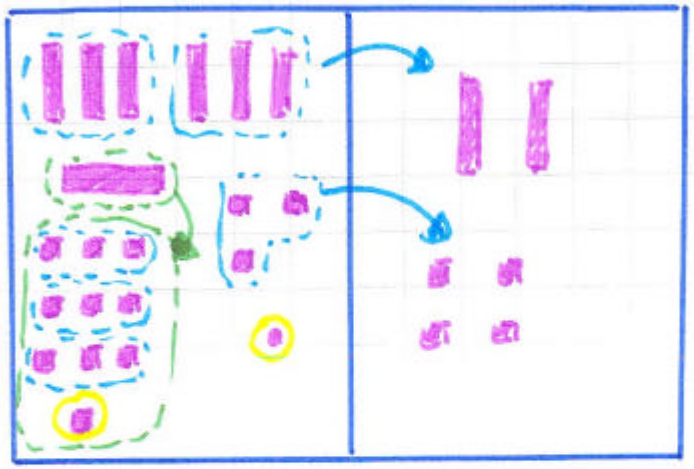
da	u	3
6	9	da u
6		2 3
0	9	
	9	
	0	

in breve

6	9	3
0	9	2 3
	0	

2° esempio 44 : 3

con i B.A.M.



in colonna

da	u	3
7	4	da u
6		2 4
1	4	
1	2	
0	2	

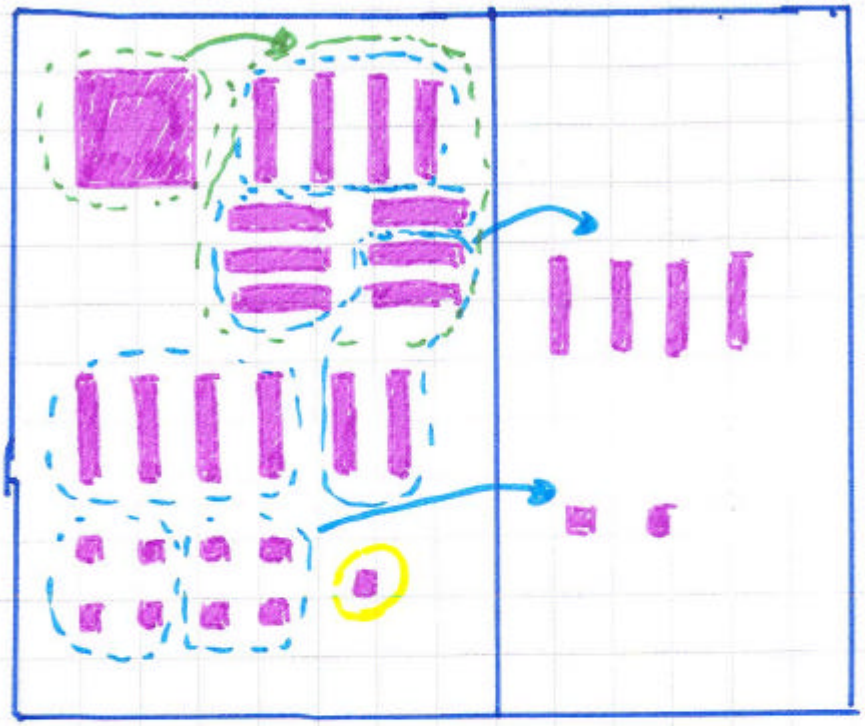
in breve

7	4	3
1	4	2 4
	2	

3° esempio

169 : 4

con i



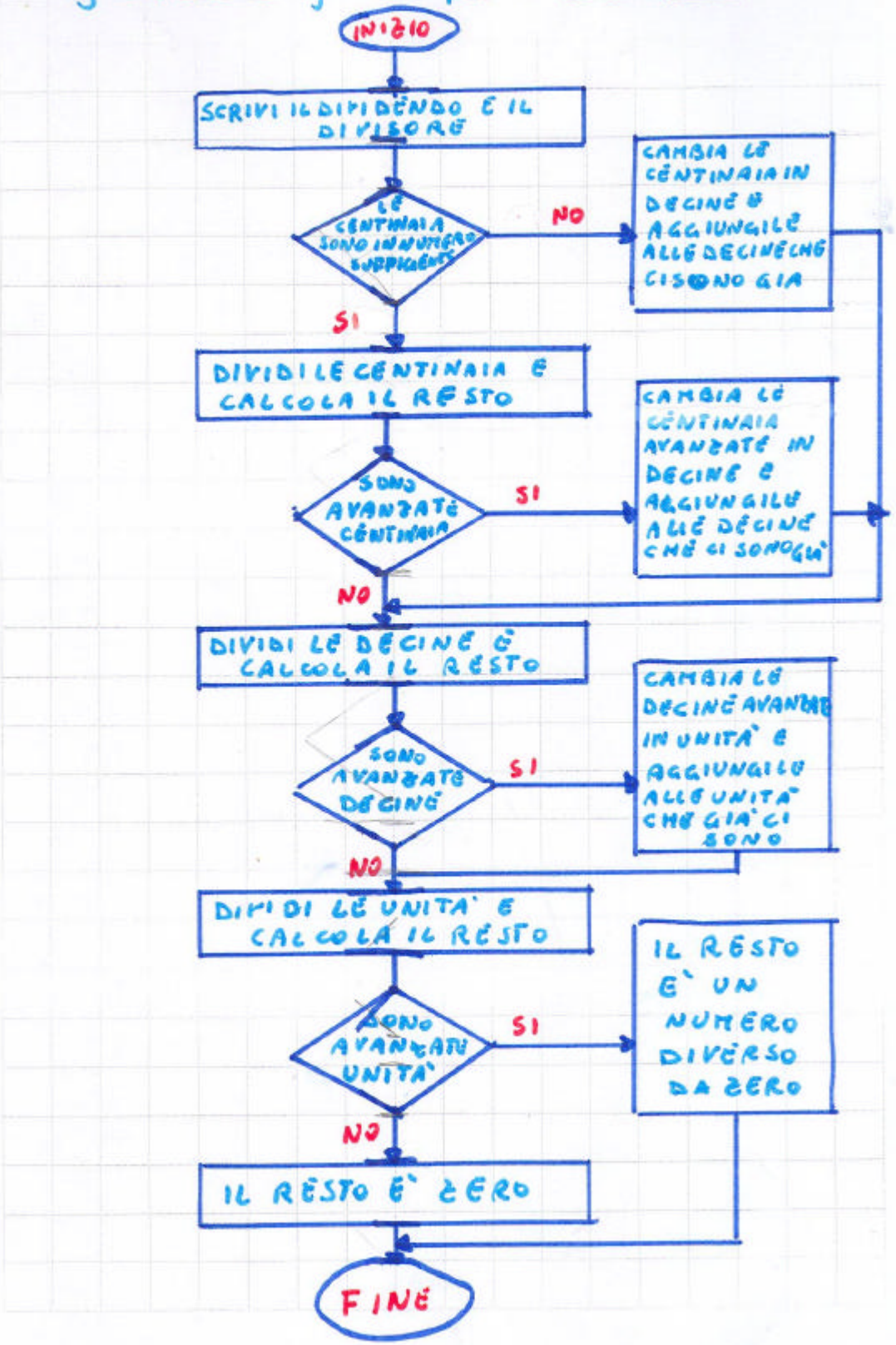
in colonna

h	da	u	4	
1	6	9	da	u
1	6		4	2
0	0	0		
		8		
0	0	1		

in breve

1	6	9	4
0	9		4 2
	1		

Diagramma di flusso per la divisione



I Numeri Decimali

Quando le operazioni con i numeri naturali sono state pienamente affrontate, verso la fine della terza elementare, si può iniziare ad introdurre una nuova entità numerica

i numeri decimali.

attraverso il concetto di

frazione decimale.

Prima di parlare di frazione decimale è bene introdurre il concetto di **frazione** nel senso generale del termine:

In terza ci si limita a considerare la frazione come parte di grandezze continue (solo dalla quarta in poi sarà considerata la frazione come parte di grandezze discrete, ovvero insiemi di oggetti).

Nella realtà del bambino sicuramente non sono nuovi i termini

un quarto, un terzo, la metà,.....;

bisogna ora arricchirli del loro significato matematico.

L'orologio rappresenta un ottimo spunto: espressioni come

un quarto d'ora, ***mezz'***ora, un'ora meno ***un quarto***,

possono essere sfruttate per spiegare che il quadrante può essere suddiviso in

quattro parti uguali.

Un'altra attività produttiva è quella di invitare i bambini a dividere manualmente un oggetto in parti uguali:

piegare un foglio in due o in quattro.

Anche la scrittura della frazione non presenta grosse difficoltà una volta spiegato che è un modo nuovo per esprimere una divisione in cui il segno di frazione sostituisce il classico (**:**).

Parti uguali

Piegare la carta è una delle attività più utili per l'approccio con molti contenuti di aritmetica e di geometria.

Con questa tecnica affronteremo l'iniziale cammino verso l'idea di frazione come parte, soffermandoci, in particolare, sull'unità frazionaria.

Si adoperano fogli di carta da fotocopiatrice formato A4.

I bambini devono averne parecchi a disposizione, meglio se già tagliati a metà dall'insegnante, se avrà a disposizione una taglierina.

Questo perché i fogli più piccoli sono più agevolmente maneggevoli, e nel caso si vogliano far colorare le parti, come è spesso auspicabile, l'impegno non diventa lungo e monotono.

Fare la metà

È una delle prime cose che si impara a fare anche in famiglia.

Lo si fa, concretamente, con qualsiasi oggetto e con piccole quantità di oggetti.

Ora richiameremo l'idea di fare la metà su un elemento che consentirà molte utili osservazioni insieme alle necessarie verifiche: un rettangolo di carta.

Suggeriamo di piegare alcuni fogli in modo tale da identificare due metà.

Effettuata l'operazione chiederemo di colorarne una.

Quelli illustrati alla Figura 48 e successive sono i possibili risultati:

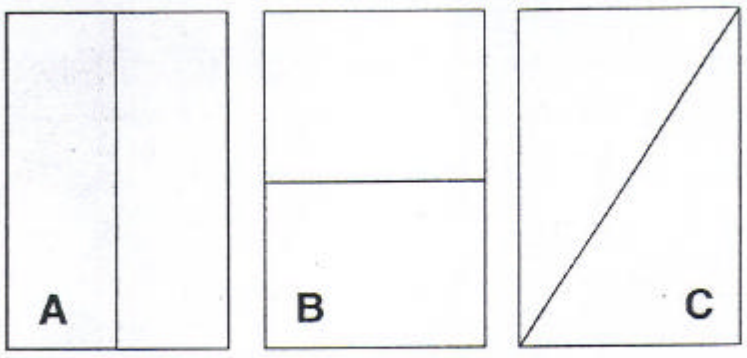


Figura 48

Un quarto e... oltre

Ottenere un quarto può essere il passo successivo:

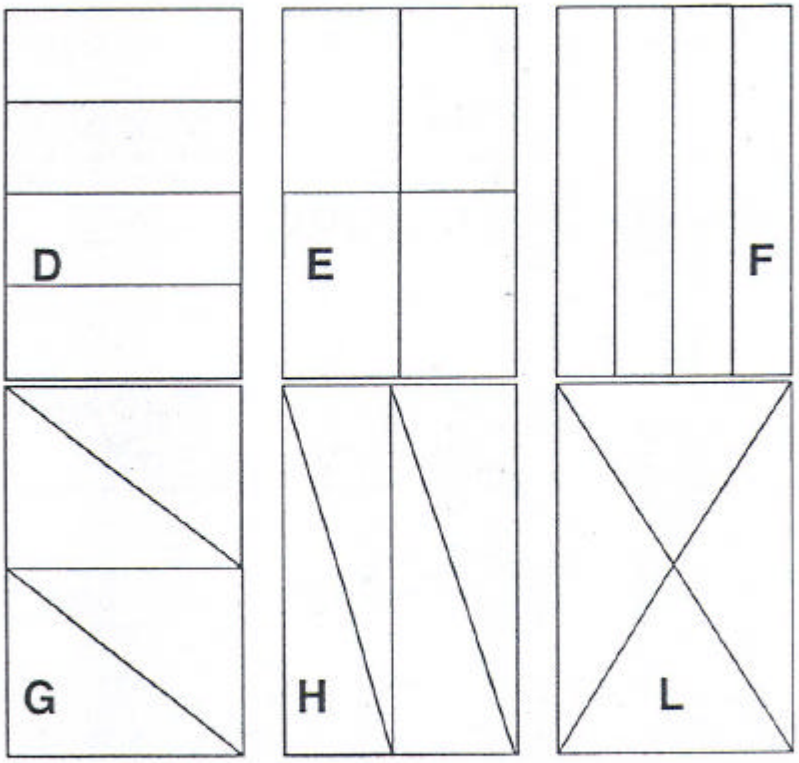


Figura 49

Come fare per essere certi che la suddivisione operata in (L), per quanto non dia figure della stessa forma, dia figure equiestese?

La miglior cosa è quella di ritagliare i due triangoli diversi…

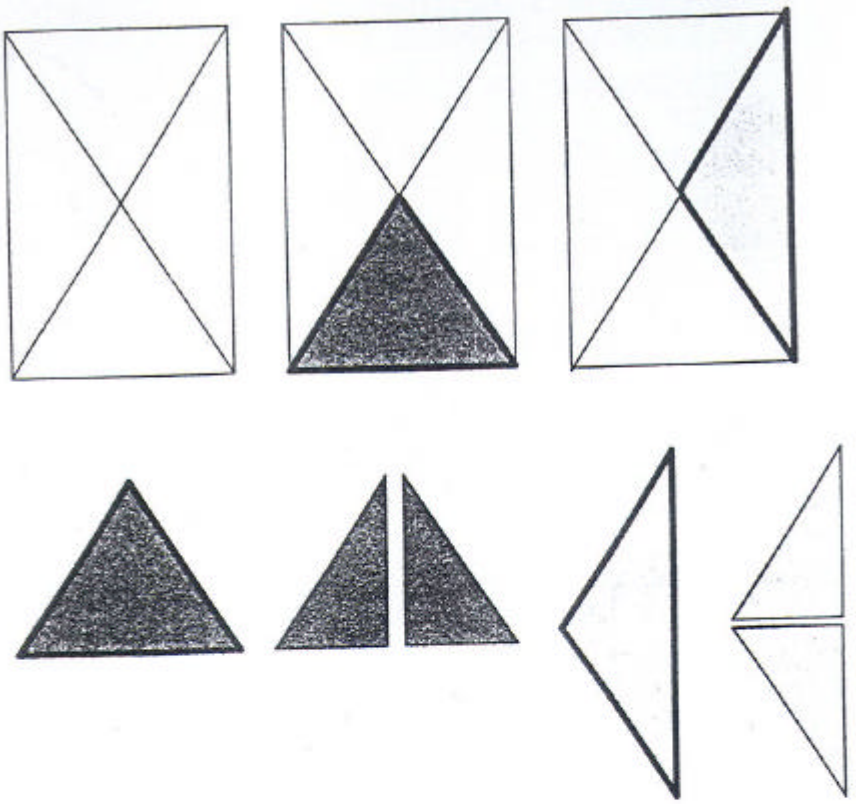


Figura 50

… di dividerli a metà e di verificare come le rispettive metà siano perfettamente sovrapponibili.

Come preannunciato, è possibile procedere oltre, come in un gioco, per ottenere frazioni unitarie con il denominatore uguale alle potenze di 2.

Inizialmente ci si può soffermare solo sulle suddivisioni per 2, 4, 8, 16 o al massimo 32, perché sono facili da ottenere e perché molti argomenti possono essere affrontati senza dover complicare troppo le cose.

Ma più avanti è opportuno assegnare compiti in forma di problema che portino ad esplorare molti e diversi modi di suddividere il rettangolo in parti uguali. E allora ci troveremo davanti a soluzioni diversificate sulle quali sarà interessante aprire la dicussione.

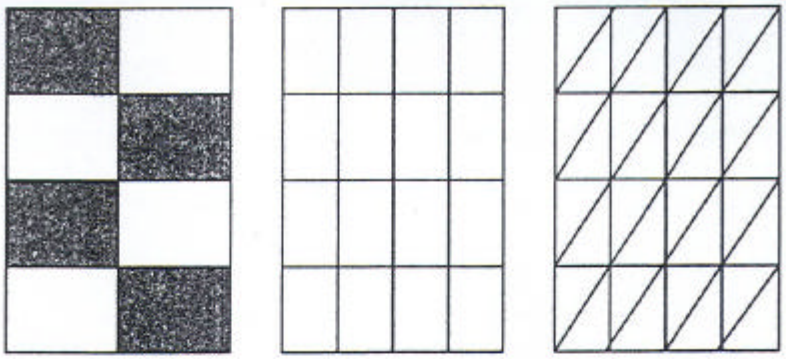


Figura 51

Ora, però, ci fermeremo a riflettere. Abbiamo operato concretamente per ottenere (colorare) *una metà* del foglio, o *un quarto*, o *un ottavo*, ecc.

Queste "parti uguali" si possono scrivere anche con i numeri. Il passaggio dalla scrittura in parole ai simboli numerici può essere condotto per gradi, facendo riflettere sul fatto che il numero che si scrive sotto la linea di frazione dà il nome alle parti fatte: mezzi se le parti fatte sono due, quarti se le parti fatte sono quattro e così via. D'altro canto i numeri scritti sopra la linea di frazione esprimono quante parti di quel tipo sono considerate.

un mezzo	$\frac{1}{\text{mezzo}}$	$\frac{1}{2}$
un quarto	$\frac{1}{\text{quarto}}$	$\frac{1}{4}$
un ottavo	$\frac{1}{\text{ottavo}}$	$\frac{1}{8}$
un sedicesimo	$\frac{1}{\text{sedicesimo}}$	$\frac{1}{16}$
un trentaduesimo	$\frac{1}{\text{trentaduesimo}}$	$\frac{1}{32}$

Ci sono anche altre figure geometriche sulle quali lavorare e sono figure nelle quali le suddivisioni riescono ancora meglio. Queste figure sono i quadrati. Bisogna, allora diventare abili nell'ottenerli a partire dal foglio rettangolare.

È una tecnica risaputa, ma per chi non la conoscesse è rappresentata in figura.

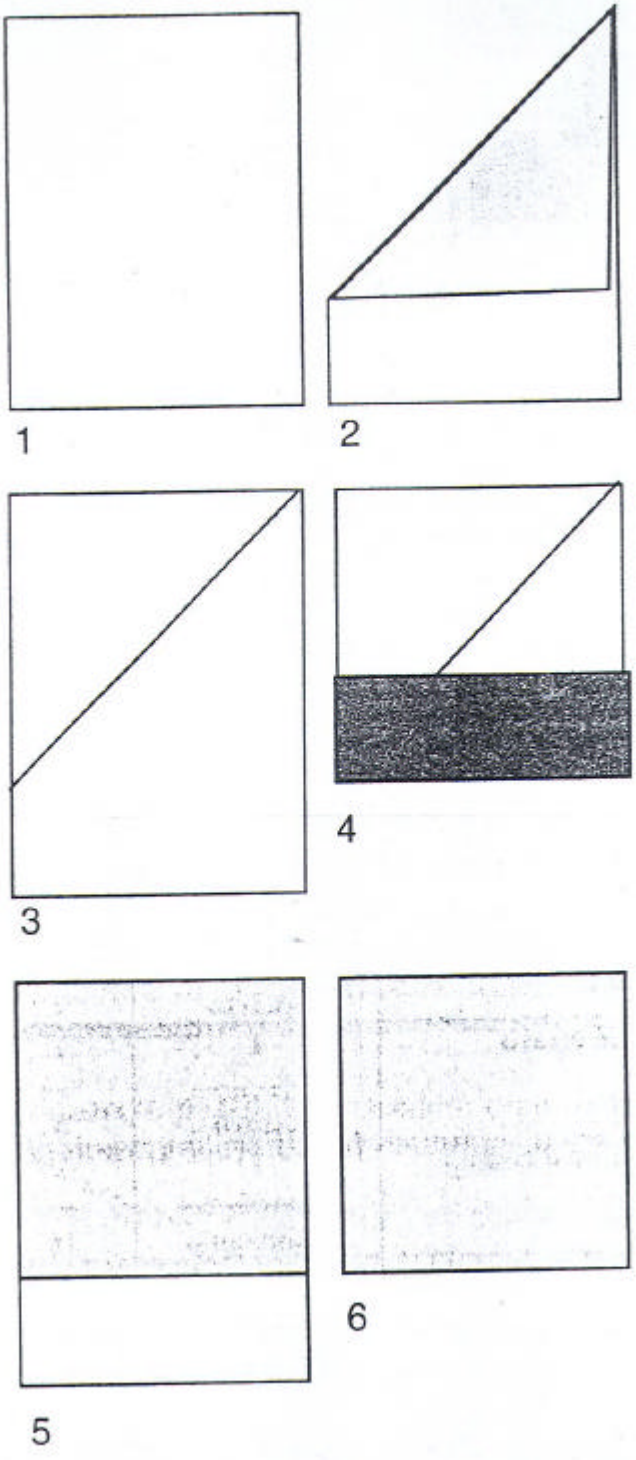
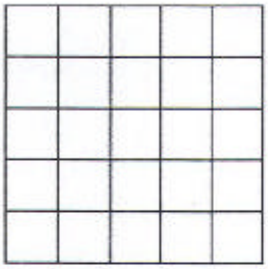
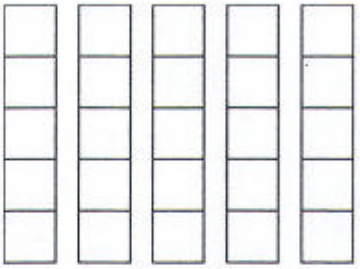


Figura 52

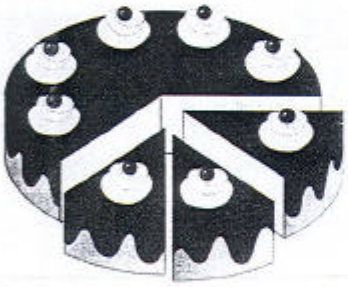
Un valido sussidio è costituito dai BAM. Scelta una base e individuato il pezzo che consideriamo come intero, i ragazzi "giocano" volentieri a ricercare le varie unità frazionarie.
Scelta ad esempio la base cinque e considerato come intero il piatto invitiamo gli alunni a rispondere:

- Luigi prende un lungo. Che parte è dell'intero? Come si indica con una frazione? Quante unità bisogna aggiungere per formare l'intero?

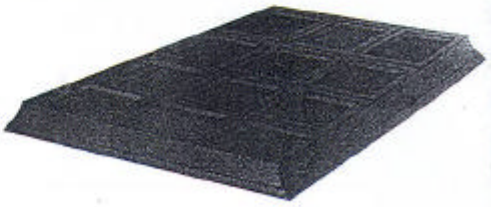




$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$



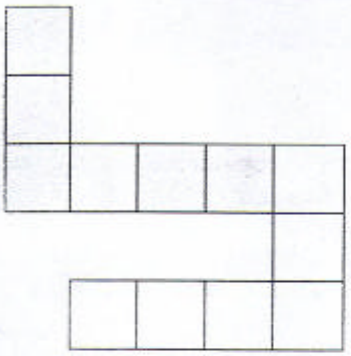
È opportuno cambiare spesso base e considerare come intero ora il blocco, ora il piatto, ora il lungo, onde abituare la mente a essere elastica. Secondo una tradizione didattica che ha ancora un certo seguito, il bisogno di concretezza nell'affrontare le frazioni viene soddisfatto dalla divisione in parti di una mela, di una tavoletta di cioccolato o di una torta.

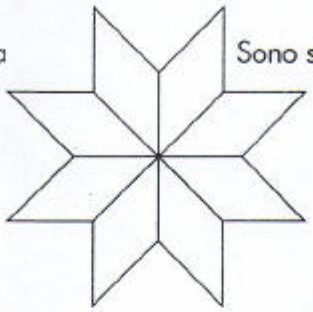


L'espediente ha indubbie valènze intuitive, ma presenta in maniera non corretta il concetto di divisione in parti uguali, perchè anche se gli oggetti usati appaiono molto regolari è pressochè impossibile fare parti perfettamente uguali.
Le proposte illustrate in precedenza con il cartoncino e i BAM sono certamente più corrette e quindi preferibili.

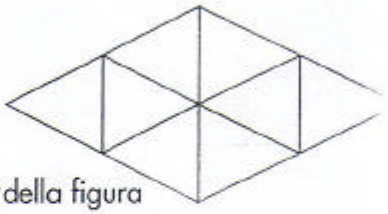
Un ulteriore passaggio operativo, che fra l'altro ha il merito di consentire ogni volta una verifica di congruenza, consiste nel disegno dei poligoni su carta quadrettata o variamente strutturata. I poligoni sono divisibili con facilità in parti uguali e il colore può essere usato per indicare le unità frazionarie prescelte.

Sono stati colorati $\frac{6}{12}$ della figura



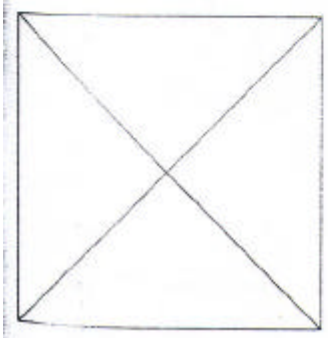


Sono stati colorati $\frac{3}{8}$ della figura



Sono stati colorati $\frac{5}{8}$ della figura

Tutta l'attività di divisione di un intero in parti uguali e di individuazione di unità frazionarie indirizza in modo semplice a concetto di **frazione complementare**. Ogni volta che gli alunn hanno ricercato, riunito o disegnato le unità frazionarie da ag giungere a una frazione data per formare l'intero hanno in su stanza cercato la complementare di quella frazione. Il termin "complementare" in effetti significa "parte che manca pe completare l'intero". L'individuazione della frazione compl mentare, dopo la fase operativa, può essere affrontata con d segno di figure su carta strutturata.



Indica con una frazione la parte colorata della figura → $\frac{1}{4}$

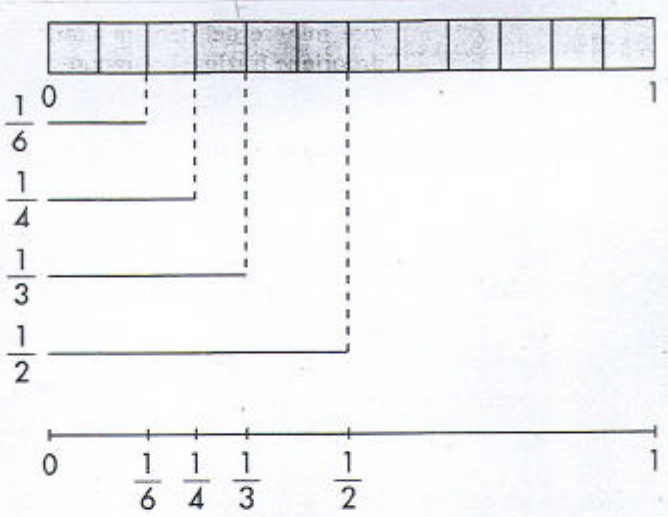
Indica con una frazione la parte non colorata della figura → $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ è la frazione complementare di $\frac{1}{4}$

infatti:

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Le unità frazionarie vanno poi riportate su un'unica striscia e quindi rappresentate sulla retta dei numeri nell'intervallo (0,1):



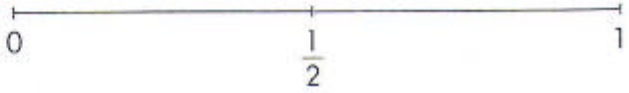
In modo operativo gli alunni si rendono conto che il valore dell'unità frazionaria diminuisce quanto più grande è il denominatore e quindi:

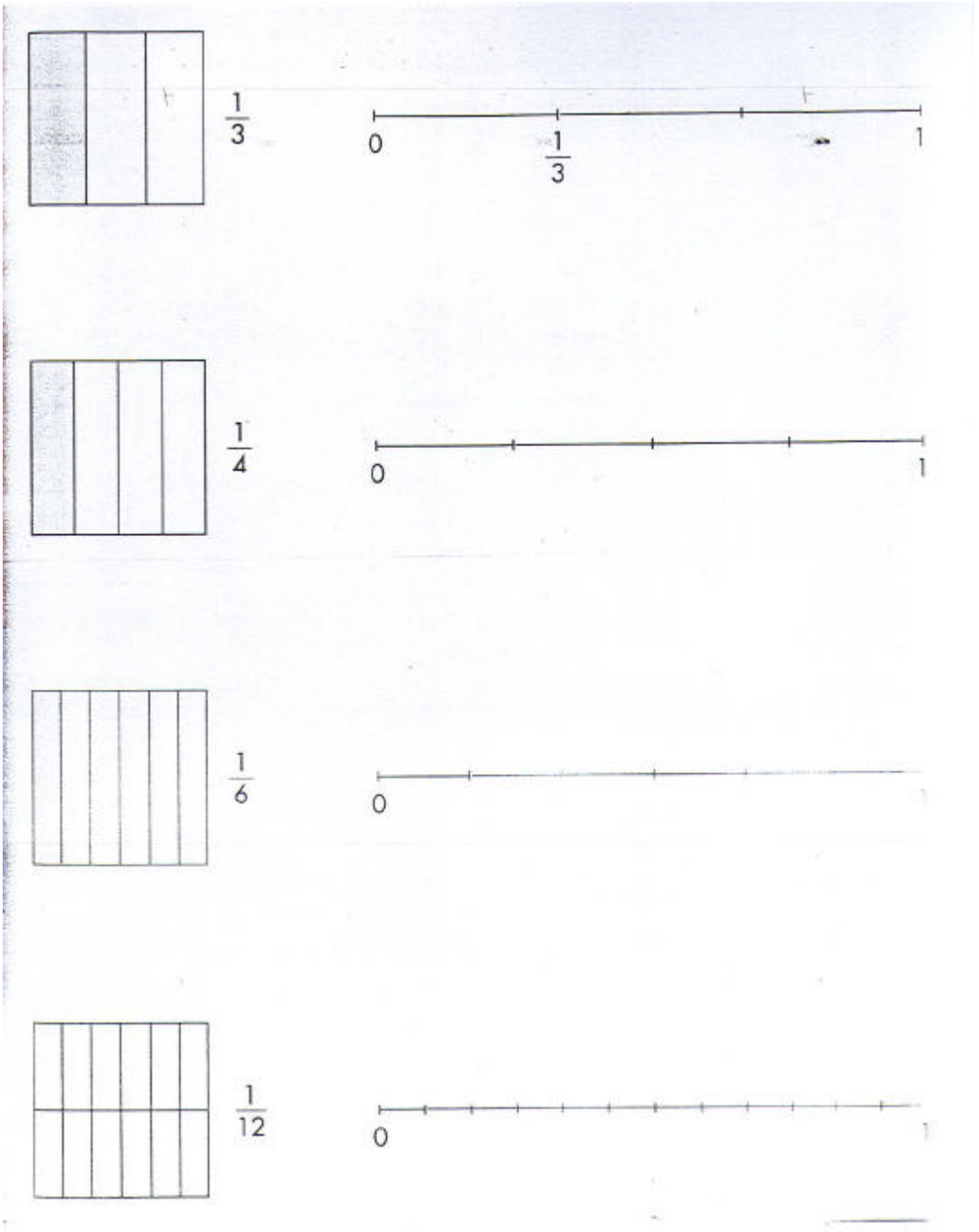
$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} \ldots$

Un'altra attività consiste nel far calcolare il valore di una stessa figura rappresentata su carta strutturata prima per $\frac{1}{2}$, poi per $\frac{1}{3}$, per $\frac{1}{4}$, per $\frac{1}{6}$, per $\frac{1}{12}$.

Ogni volta si evidenzierà il corrispondente segmento nell'intervallo (0,1) della retta dei numeri ottenuta utilizzando 12 quadretti. Facciamo un esempio:

$\frac{1}{2}$

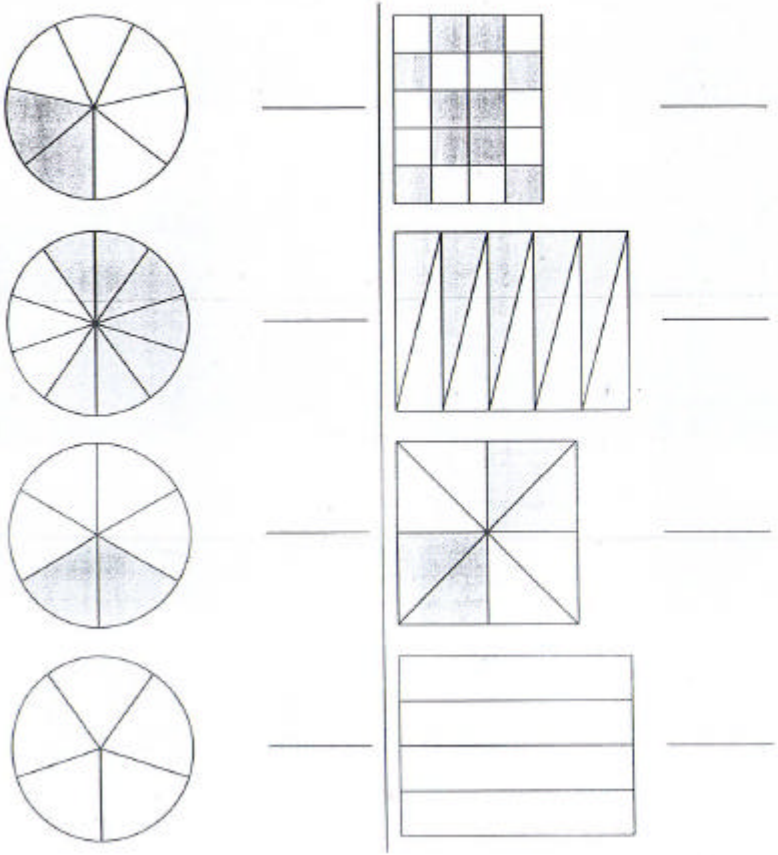



1/3
0
1/3
1
1/4
0
1
1/6
0
1/12
0

PROPOSTE OPERATIVE

ATTIVITÀ N. 1: frazioni di una figura

Scrivi la frazione che corrisponde alla parte colorata di ogni figura.

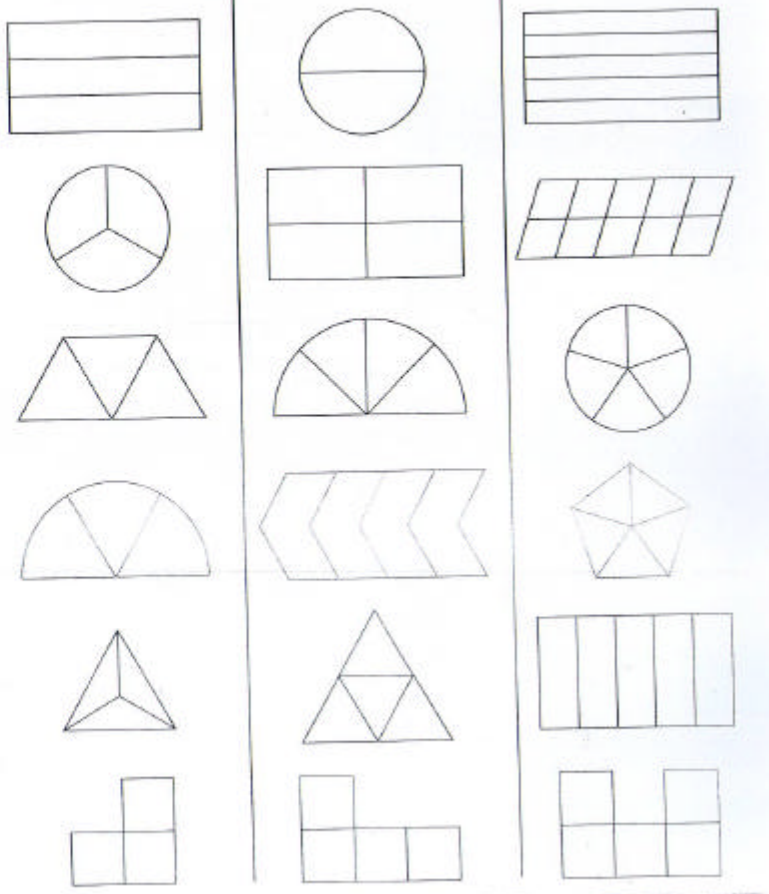


ATTIVITÀ N. 2: frazioni di figure

Colora $\frac{2}{3}$ di ogni figura.

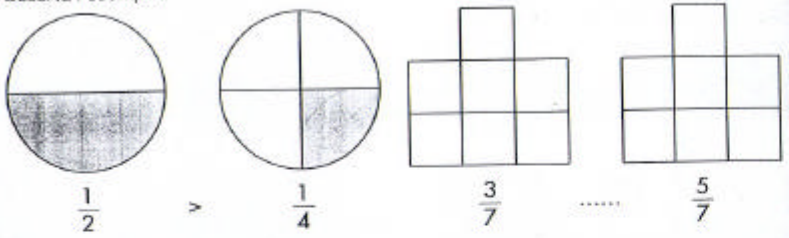
Colora $\frac{1}{2}$ di ogni figura.

Colora $\frac{3}{5}$ di ogni figura.

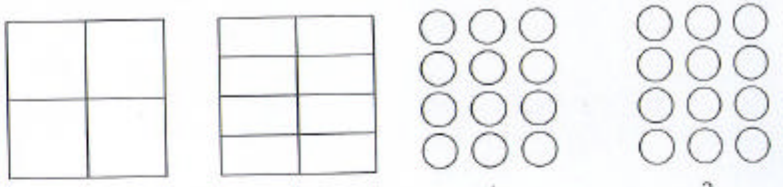


Attività n. 8: confronto tra frazioni

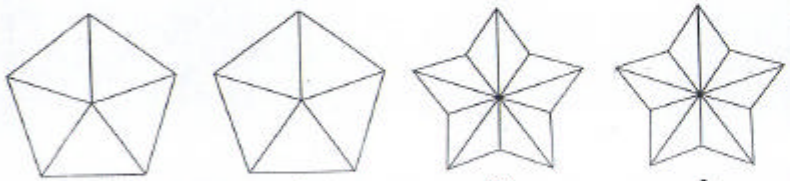
Colora le parti indicate dalle frazioni.
Confronta quindi le frazioni inserendo i simboli >, <, =.
Osserva l'esempio.



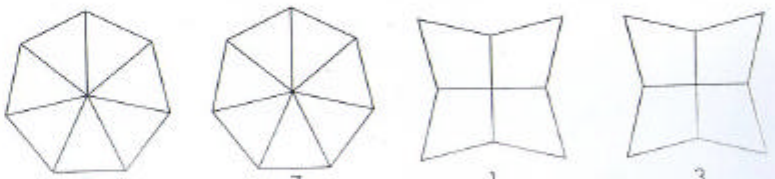
$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ $\quad \frac{3}{7} \ldots\ldots \frac{5}{7}$



$\frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{1}{8}$ $\quad \frac{6}{12} \ldots\ldots \frac{3}{4}$

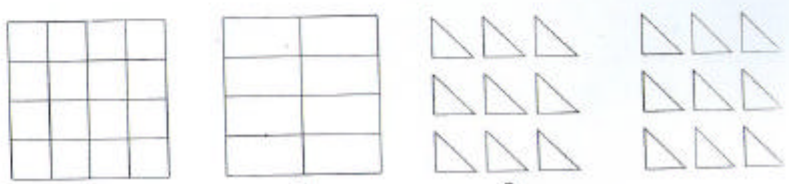


$\frac{4}{5} \ldots\ldots \frac{1}{5}$ $\quad \frac{9}{10} \ldots\ldots \frac{2}{10}$



$\frac{2}{7} \ldots\ldots \frac{7}{7}$ $\quad \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{3}{4}$

$\frac{1}{8} \ldots\ldots \frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{1}{9}$



$\frac{1}{16} \ldots\ldots \frac{1}{8}$ $\quad \frac{2}{3} \ldots\ldots \frac{}{9}$

L'esperienza didattica mostra che la difficoltà maggiore riscontrata sta nel confronto di frazioni con uguale numeratore:

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$$

strano per un bambino abituato a confronti tra numeri naturali.

Si potrà, con esempi estrapolati dalla realtà, far riflettere sul fatto che **più** sono le parti in cui si divide una grandezza, **minore** sarà il valore di ciascuna di esse.

Di grande utilità sono ancora i B.A.M, anche se reinterpretati:

l'unità sarà rappresentata dal *cubo* suddiviso in parti più piccole come i **decimi**, (*i piatti*), i **centesimi** (*i lunghi*), i **millesimi** (i *cubetti*).

Con i Blocchi i bambini saranno guidati a rappresentare un'operazione di **suddivisione** dell'unità in **10** e in **100** parti uguali ed esprimere la ***frazione decimale*** corrispondente.

Ancora di grande utilità risultano anche ***l'abaco*** e la **linea dei numeri**, questa in particolare considerata dai N.P. espressamente utile a questo tipo di attività: infatti dagli obiettivi del tema Aritmetica relativi al secondo ciclo:

> "***confrontare e ordinare i numeri naturali e decimali, utilizzando la linea dei numeri (ad esempio, mediante sottograduazioni)***",

L'abaco sarà allungato dai bambini aggiungendo nuove asticelle sulla destra in cui collocare i decimi e i centesimi: in questo modo si potrà passare a spiegare la

rappresentazione numerica con la virgola (2,1),

precisando che questa serve per dividere la parte del numero che rappresenta quantità **più grandi di uno (*unità, decine e centinaia*)** da quella che rappresenta quantità **più piccole di uno (*decimi e centesimi,* *per adesso*)**.

Ottimo metodo per completare il concetto è l'uso della ***misura***:

introducendo ***il metro, il decimetro, il centimetro, il millimetro*** si potrà rappresentare l'altezza dei bambini sotto forma di **frazione decimale** e di **numero decimale**, facendo notare che è la **stessa misura** rappresentata in **modi div**ersi.

Sicuri nella scrittura, i bambini devono passare a interiorizzare la ***struttura ordinata*** dei decimali; obiettivo per cui è evidentemente utile la linea dei numeri.

I bambini saranno guidati a riconoscere nella nuova linea dotata delle sottograduazioni lo strumento già noto ma visto come "*attraverso una lente d'ingrandimento*", che permette di vedere anche i numeri più piccoli tra un numero naturale ed un altro.

Si consiglia di dare particolare risalto ai numeri

tra 0 e 1,

campo notoriamente di difficile approccio da parte dei bambini.

QUARTA ELEMENTARE

Attraverso l'assimilazione del concetto e della tecnica delle quattro operazioni, il bambino ha acquisito consapevolezza della struttura dei ***numeri naturali***, in quarta si comincia a costruire un percorso analogo riguardo alla ***numerazione decimale***.

Il lavoro in quarta prevederà il raggiungimento di

- *conferme e sempre maggiori formalizzazioni e astrazioni delle conoscenze già affrontate negli anni precedenti*:
- *approfondimento del concetto di frazione*:
  - *frazioni come parti di grandezze discrete;*
  - *frazioni equivalenti*

Addizioni e sottrazioni con i numeri decimali.

Il discorso può essere affrontato in comune per le due operazioni, viste le analoghe difficoltà riscontrate dai bambini negli algoritmi di calcolo.

Per guidare i bambini verso un

consapevole uso dei numeri decimali

si è visto che uno strumento utile è rappresentato **dall'abaco tradizionale**, con l'aggiunte delle nuove asticciole sulla destra delle unità, a rappresentare *i decimi* e *i centesimi* e *i millesimi*.

Tale strumento, utilissimo nelle operazioni con i naturali, rappresenta infatti per i bambini un ***fondamentale sostegno visivo*** al ***ragionamento aritmetico***.

Per coerenza con la linea didattica fin qui seguita, è bene però che gli alunni abbiano la possibilità di tradurre le proprie immagini mentali anche tramite gli altri materiali strutturati, ad es. i **B.A.M.**.

Lasciando ogni bambino libero di procedere con il materiale che desidera, l'insegnante proporrà un facile problema da risolvere con un'addizione in cui gli addendi sono decimali;
dopo averne discusso con i bambini, potrà poi sintetizzare l'algoritmo di calcolo in pochi passaggi, facilmente comprensibili.

L'addizione:

- si scrivono i numeri uno sotto l'altro, incolonnando bene le cifre con lo stesso valore di posizione; se l'incolonnamento è corretto, le virgole dei numeri risultano anch'esse incolonnate;
- si inizia ad eseguire l'addizione dalle cifre che occupano il posto di minor valore;
- nel corso dell'addizione possono esserci dei cambi, i numeri decimali in tal caso si comportano allo stesso modo di quelli naturali.

La difficoltà più spesso riscontrata è rappresentata dall'

incolonnamento di numeri decimali formalmente diversi

34,85 8,264,

l'uno con cifre ***fino ai centesimi*** , l'altro ***fino ai millesimi***.
Un procedimento che risulta utile, almeno all'inizio per evitare errori, è quello dì mettere degli zeri per

"***pareggiare il numero delle cifre dopo la virgola***".

la sottrazione:

- si incolonnano bene i numeri;
- si inizia la sottrazione dalle cifre che occupano il posto di minor valore;
- se necessario, si fanno i cambi.

Per rendere gli alunni autonomi anche nella correzione, si può integrare l'algoritmo con la ***PROVA***, ovvero la verifica che

risultato + ***sottraendo*** = ***minuendo***.

LA DIVISIONE IN QUARTA ELEMENTARE

In terza i bambini hanno già imparato ad eseguire la ***divisione col cambio***, limitatamente a ***divisori a una sola cifra***.
In quarta tale discorso viene esteso, a divisioni con ***divisore di due cifre*** per poi affrontare quella con i numeri decimali.

Si conclude la parte riguardante le proprietà, introducendo la

proprietà invariantiva della divisione.

In analogia con quanto fatto per la sottrazione, attraverso svariati esempi, si renderà chiaro che

dividere o moltiplicare sia il dividendo che il divisore per uno stesso numero lascia invariato il quoziente,

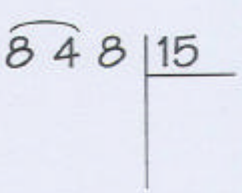
per poi dimostrare attraverso calcoli concreti la reale utilità pratica che tale proprietà trova nel calcolo mentale.

350 : 70 = (350:10) : (70 : 10) = 35 : 7 = 5

Per raggiungere l'obiettivo fissato, cioè

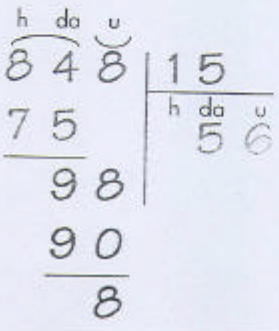
l'esecuzione della divisione fra naturali con divisore a due cifre.

Per decenni questa operazione è stata la croce e la delizia di insegnanti e bambini e ha costituito uno scoglio irto di gravi insidie specie per i docenti più giovani e meno esperti.
Data ad esempio la divisione:



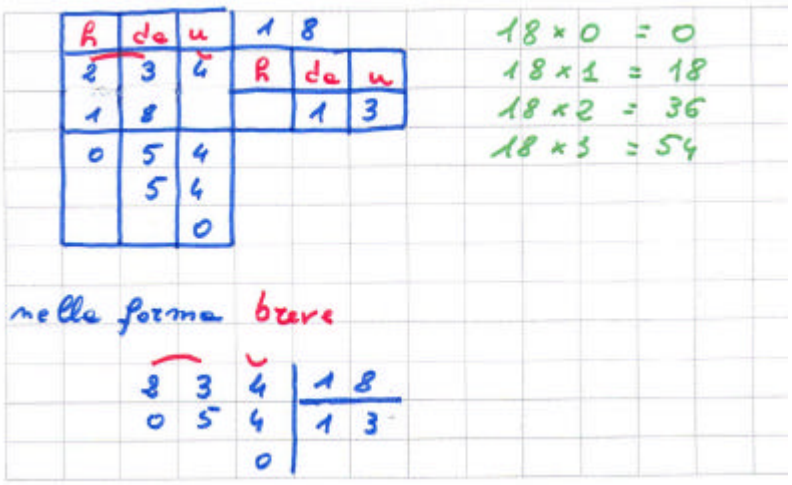
si procedeva in genere così:
Il 15 nell'8 non sta.
Considero 2 cifre al dividendo e leggo 84.
Il 15 nell'84 sta.
L'1 sta nell'8 otto volte;
il 5 sta nel 4 otto volte?

No, allora provo una volta di meno, ecc.
Fra tutte emerge quella che prevede la trascrizione, compiuta dall'allievo, della tabella dei primi nove multipli del divisore.
Il raggruppamento delle centinaia – decine – unità del dividendo secondo il numero indicato dal divisore è in questo modo assai facilitato. Questo modello o tecnica è matematicamente valido e pertinente alla divisione euclidea: consente di calcolare con velocità quante volte il divisore è contenuto in un suo multiplo (il dividendo). Effettuiamo a titolo di esempio la divisione già considerata:



$15 \times 1 = 15$
$15 \times 2 = 30$
$15 \times 3 = 45$
$15 \times 4 = 60$
$15 \times 5 = 75$
$15 \times 6 = 90$
$15 \times 7 = 105$
$15 \times 8 = 120$
$15 \times 9 = 135$

si può cominciare consigliando ai bambini di scrivere la divisione



lasciando i multipli del divisore da 0 a 9, così come schematizzato in figura.

Così facendo egli potrà procedere:

1) selezionando le centinaia e le decine dei numero da dividere (***23***), vedrà quale dei multipli del divisore si avvicina di più e non supera il numero in questione;

2) inserirà il numero che moltiplicato per il divisore da tale multiplo, come prima cifra del quoziente (***1***);

3) moltiplicherà il quoziente per il divisore (***1´18=18***), sottraendo il risultato dal dividendo (***23-18=5***);

4) aggiungerà le unità alle decine del resto per ottenere il nuovo dividendo (***54***) con il quale ripeterà il procedimento appena descritto.

Nel caso in cui, selezionando le decine e le centinaia del dividendo, si ottiene un numero più piccolo del divisore, i bambini verranno guidati ad un procedimento diverso: considereranno il dividendo interamente e troveranno tra i multipli del divisore un numero ***uguale*** o che si avvicina e non supera il dividendo stesso: il ***quoziente***.

Per concludere questa parte rimane da affrontare la

divisione con i numeri decimali

tenendo conto che non rappresenta, di solito, un motivo di difficoltà per gli alunni.

Due momenti contraddistinguono questa parte:

- ***divisione con dividendo decimale;***
- ***divisione con divisore decimale;***

I vari esempi mostreranno come nel ***primo caso*** il procedimento rimane quello noto, con l'unica accortezza di dover mettere la virgola al quoziente quando si dividono i decimi del dividendo.

Nel ***secondo caso*** invece si spiegherà prima che bisogna ***rendere il divisore un numero intero***, utilizzando la **proprietà invariantiva**.
A tal proposito è opportuno spiegare ai bambini le **molte possibilità** che si hanno per

trasformare un numero decimale in un numero intero,

oltre a quelli classici della moltiplicazione per 10, 100, 1000.

2,5 ´ 10 = 25
2,5 ´ 2 = 5
2,5 ´ 4 = 10 ***etc. etc.***

Infine, così come per la sottrazione, un utile esercizio di autoverifica è la **PROVA**:

moltiplicando il quoziente per il divisore e aggiungendo il resto si dovrà ottenere il dividendo.

Date 10 palline si può chiedere al bambino:

- Ogni pallina che parte è del mucchio?
- Forma gruppi di due palline. Quanti gruppi ottieni? Ogni mucchio che parte è dell'insieme?
- Due quinti delle palline sono tue. Quante palline puoi prendere dal mucchio?

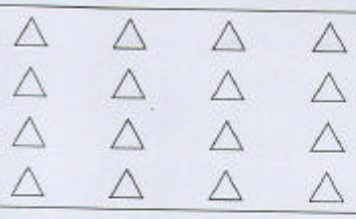
L'attività su insiemi di elementi considerati come se fossero un intero può proseguire utilmente su schede che contengono esercizi del tipo:

Colora gli oggetti che corrispondono alla frazione $\frac{1}{4}$

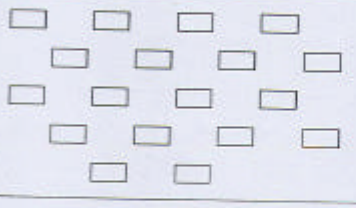
Completa.
... fiori su ... fiori sono gialli
quindi — dei fiori sono gialli

Attività n. 4: frazioni di un insieme di oggetti

Ricerca gli elementi che formano l'unità frazionaria. Osserva l'esempio. Ogni insieme va considerato un intero.

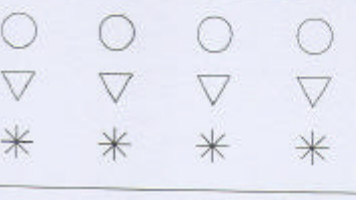


Colora $\frac{1}{4}$ degli elementi dell'insieme.
I gruppi da formare sono 4
Gli elementi in tutto sono 16
Gli elementi di ogni gruppo sono 4



Colora $\frac{1}{6}$ degli elementi dell'insieme.
I gruppi da formare sono ...
Gli elementi in tutto sono ...
Gli elementi di ogni gruppo sono ...

Colora $\frac{2}{5}$ degli elementi dell'insieme.
I gruppi da formare sono ...
Gli elementi in tutto sono ...
Gli elementi di ogni gruppo sono ...



Colora $\frac{1}{3}$ degli elementi dell'insieme.
I gruppi da formare sono ...
Gli elementi in tutto sono ...
Gli elementi di ogni gruppo sono ...

VERIFICA

Esegui in colonna

1 125,9 + 12,45 + 4,16

	uk	h	da	u	d	c
		1	2	5,	9	
+						
+						
=						

830,16 + 48,9 + 16,7

	uk	h	da	u	d	c
		8	3	0,	1	6
+						
+						
=						

545,137 + 14,9 + 25,106

	uk	h	da	u	d	c	m
+							
+							
=							

2 245,16 – 28,4

	h	da	u	d	c	m
	2	4	5,	1	6	
–						
=						

37,42 – 12,18

	h	da	u	d	c	m
–						
=						

54,19 – 6,14

	h	da	u	d	c	m
–						
=						

3 12,47 x 6,4 =

39,15 x 2,5 =

45,9 x 7,3 =

4 395,16 : 4 =

594,9 : 7 =

498 : 3,2 =

75,8 : 2,8 =

87,5 : 2,4 =

2143,03 : 6,9 =

Spazio riservato per la valutazione ☐ Insufficiente ☐ Sufficiente ☐ Buono ☐ Distinto ☐ Ottimo

Indicatore: padroneggiare abilità di calcolo orale e scritto.

Descrittore dell'apprendimento: sa eseguire le quattro operazioni con numeri decimali.

VERIFICA

1 *Completa le tabelle:*

	x 10	x 100	x 1000
84	.....	.....	.....
128	.....	.....	.....
16	.....	.....	.....
59	.....	.....	.....
273	.....	.....	.....

	x 10	x 100	x 1000
3,4	.....	.....	.....
0,9	.....	.....	.....
15,2	.....	.....	.....
0,75	.....	.....	.....
5,209	.....	.....	.....

	: 10	: 100	: 1000
137	.....	.....	.....
2596	.....	.....	.....
345	.....	.....	.....
970	.....	.....	.....
658	.....	.....	.....

	: 10	: 100	: 1000
1240	.....	.....	.....
137,4	.....	.....	.....
94,16	.....	.....	.....
145,6	.....	.....	.....
42,09	.....	.....	.....

x	10
7,4	74
82	.....
16,9	.....
0,75	.....

x	100
9,16	.....
259	.....
0,45	.....
0,009	.....

x	1000
9	.....
7,4	.....
0,045	.....
24	.....

:	10
145,4	.....
297	.....
15,24	.....
9	.....

:	100
94,6	.....
165,12	.....
91	.....
14,74	.....

:	1000
145	.....
124,16	.....
97	.....
1.245,3	.....

2 *Completa:*

- 1945 x 10 = ...
  2121 x 10 = ...
  527 x 10 = ...
  1340 x 100 = ...
  1280 x 100 = ...
  970 x 1000 = ...
  21 x 1000 = ...
- 13 490 : 100 = ...
  249 : 1000 = ...
  470 : 10 = ...
  1975 : 1000 = ...
  25 280 : 100 = ...
  38 275 : 1000 = ...
  5270 : 10 = ...
- 24,67 x 100 = ...
  941,9 x 10 = ...
  175,12 x 100 = ...
  84,09 x 10 = ...
  32,18 x 10 = ...
  571,5 x 10 = ...
  5,218 x 100 = ...
- 195,19 : 100 = ...
  1347,14 : 1000 = ...
  936,12 : 1000 = ...
  14,09 : 100 = ...
  628,32 : 100 = ...
  57,28 : 1000 = ...
  427,16 : 100 = ...

Spazio riservato per la valutazione ☐ Insufficiente ☐ Sufficiente ☐ Buono ☐ Distinto ☐ Ottimo

Indicatore: padroneggiare abilità di calcolo orale e scritto.

Descrittore dell'apprendimento: sa moltiplicare e dividere numeri naturali e decimali per 10, per 100 e per 1000.

QUINTA ELEMENTARE

Arrivati all'ultimo anno di scuola elementare i bambini hanno

affrontato e **superato**

le fondamentali esperienze aritmetiche.

Rimane da affrontare, per quanto riguarda le tecniche di calcolo:

- la divisione col divisore dì tre cifre (*operazioni con i naturali*);
- divisioni da approssimare ai decimi, ai centesimi e ai millesimi (*operazioni con i decimali*)

Torniamo quindi all'argomento operazioni:

calcolo della divisione con divisore dato da tre cifre.

Ccompito dell'insegnante sarà, prima di tutto, quello di organizzare un accurato lavoro di ripetizione dei concetti e dei procedimenti di calcolo conosciuti e che si ricollegano al nuovo.

Le addizioni, le sottrazioni, le moltiplicazioni sono padroneggiate dagli alunni ad ogni livello di difficoltà;

ripetere le divisioni con divisore di due cifre risulterà, invece, utilissimo per affrontare il nuovo discorso, concettualmente uguale.

In quarta classe venivano prima calcolati alcuni multipli del divisore (i prodotti per i numeri da 0 a 9); ora lavoreremo per portare gli alunni ad un livello di autonomia maggiore proponendo il nuovo metodo degli

arrotondamenti.

supponiamo di proporre

8824 : 27

i bambini , saranno invitati ad ***arrotondare*** il 27 al 30 e l'88 al 90, e ***ridurre il caso*** ad un calcolo più semplice ovvero

contare le volte che il 30 sta nel 90

o, meglio,

contare le volte che il 3 sta nel 9

Assimilato questo metodo per la divisione conosciuta, il discorso può essere esteso alla "***nuova***".

Nell' operazione

6382 : 196

arrotonderemo **638 a 600** e **196 a 200**, sarà immediato riconoscere che la prima cifra del quoziente sarà 3; da questo momento in poi il procedimento sarà identico ai precedenti e non rappresenta motivo di difficoltà per gli alunni.

L'ultimo obiettivo importante per concludere il discorso riguardante la divisione è

la comprensione delle divisioni da approssimare

ai decimi e ai centesimi.

I bambini a questo punto padroneggiano perfettamente il procedimento di calcolo delle divisioni.

Ora è importante motivare l'utilità pratica della suddetta operazione:

nella divisione di grandezze continue, può essere utile,

per ottenere un quoziente più preciso o avere come resto zero,

proseguire la divisione fino ai decimi o ai centesimi;

se si tratta invece di grandezze discrete, non ha senso procedere in tale direzione. Ad esempio:

"***Alla fermata della funivia sono fermi in attesa di salire 270 sciatori. La funivia può trasportare per ogni***

corsa 25 persone. Quanti giri dovrà fare la funivia per trasportarle tutte"

In tal caso, pur ottenendo un risultato non completamente esatto, perché col resto, non ha senso procedere eseguendo le suddette approssimazioni (***otterremmo dei decimi di persone!!!!***).

Questo discorso deve essere ben approfondito con gli alunni per renderli profondamente consapevoli delle operazioni che stanno svolgendo, evitando

di alienare il ragionamento dal calcolo.

Grazie alla conoscenza dei numeri decimali, la tecnica di tali divisioni è di facile comprensione.
Quando può servire (ad esempio se si deve dividere un nastro di 23 m in quattro parti uguali), è utile approssimare il quoziente di tali divisioni:
le esperienze fatte sulle tecniche di cambio anche sui decimali, hanno messo il bambino in condizione di comprendere subito la tecnica di approssimazione, infatti un resto di 2 unità viene facilmente cambiato in 20 decimi e così si può proseguire, ricordando che ora la cifra del quoziente rappresenta i decimi e come tale nel quoziente deve essere rappresentata dopo la virgola.
E' necessario discutere con i bambini come, così facendo, il quoziente risulta **certamente più preciso**, ma non è detto che si riesca a **trovare sempre resto zero**.