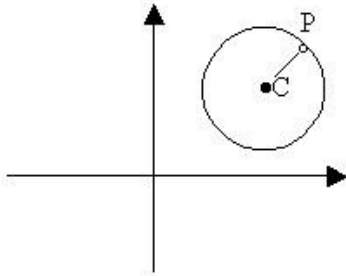


LA CIRCONFERENZA

La circonferenza, la parabola, l'ellisse e l'iperbole sono dette coniche poiché si possono ricavare dall'intersezione di un piano con due coni posti come una clessidra.

CIRCONFERENZA

La circonferenza è l'insieme dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro ed è la sezione orizzontale di una clessidra.



Il punto C è il centro della circonferenza e il punto P è un qualsiasi punto sulla circonferenza.

Poniamo:

$$C(\alpha;\beta)$$

$$P(x,y)$$

$$PC=r$$

Il segmento PC è il raggio della circonferenza.

$$\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}=r$$

Eguagliamo la formula per calcolare il raggio,ossia la distanza del centro C dal punto P,ed il raggio

$$x^2-2\alpha x+\alpha^2+y^2-2\beta y+\beta^2=r^2$$

Eleviamo entrambi i termini al quadrato e svolgiamo i quadrati interni alla radice ed abbiamo :

Ponendo:

$$a = -2\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = -a/2$$

$$b = -2\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = -b/2$$

$$c = \alpha^2+\beta^2-r^2 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}$$

Abbiamo che:

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

Sapendo l'equazione di una circonferenza possiamo calcolare le coordinate del centro C tramite formule inverse.

ESEMPIO:

Se abbiamo un'equazione del tipo $x^2+y^2+4x-6y+8=0$ possiamo sapere che il centro C ha coordinate

$$C(-2;3)$$

E che il raggio è

$$r = \sqrt{5}.$$

Condizioni affinché un'equazione di 2° grado sia un'equazione di una circonferenza:

1. I due termini di secondo grado devono avere lo stesso coefficiente.
2. Manca il termine in xy.
3. La quantità $\alpha^2+\beta^2-c$ non deve essere negativa.

Caratteristiche generali:

- Se manca il termine ax, il centro si trova sull'asse delle y;
- Se manca il termine by, il centro si trova sull'asse delle x;
- Se manca il termine c, la circonferenza passa per l'origine O;
- Se mancano i termini ax e by, il centro si trova sull'origine;
- Se mancano i termini ax e c, la circonferenza passa per l'origine O e ha il centro sull'asse y ed è tangente all'asse x;
- Se mancano i termini bx e c, la circonferenza passa per l'origine O e ha il centro sull'asse x ed è tangente all'asse y.

Una circonferenza di equazione $x^2+y^2=1$ è detta goniometrica poiché ha il centro in O ed ha il raggio uguale a 1.

FASCI DI CIRCONFERENZE

Se abbiamo due equazioni di circonferenze:

$$C: x^2+y^2+ax+by+c=0$$

$$C^1: x^2+y^2+a^1x+b^1y+c^1=0$$

$$l, l^1 \in \mathbb{R}$$

Moltiplichiamo C per un valore l e C¹ per un altro valore l¹.

$$l(x^2+y^2+ax+by+c)=0$$

$$l^1(x^2+y^2+a^1x+b^1y+c^1)=0$$

Facciamo una combinazione lineare delle due equazioni (quando abbiamo una combinazione lineare tra due equazioni di circonferenze si ha l'equazione di un'altra circonferenza) e abbiamo:

$$l(x^2+y^2+ax+by+c) + l^1(x^2+y^2+a^1x+b^1y+c^1)=0$$

Svolgendo la moltiplicazione e mettendo in evidenza alcuni termini della combinazione abbiamo:

$$(l+l^1)x^2+(l+l^1)y^2+(la+l^1a^1)x+(lb+l^1b^1)y+(lc+l^1c^1)=0$$

l e l¹ sono dei parametri. Il parametro l deve essere diverso da 0 ($l \neq 0$).

$$x^2+y^2+ax+by+c+l^1/l(x^2+y^2+a^1x+b^1y+c^1)=0$$

$$l^1/l = t$$

Questa è l'equazione del fascio di circonferenze.

$$x^2+y^2+ax+by+c+t(x^2+y^2+a^1x+b^1y+c^1)=0$$

L'equazione di un fascio genera infinite circonferenze tra i centri di C e C¹ quindi per sapere quale circonferenza scegliere troviamo il valore di t sostituendo nell'equazione del fascio i valori l'ascissa e l'ordinata del un punto per cui deve passare la circonferenza del fascio (es A), trovato t lo sostituiamo nell'equazione del fascio e quindi abbiamo trovato la circonferenza del fascio che passa per quel punto (A).

Giorgio Palombo, per qualsiasi contatto
scrivetemi a gogeta-ssj4@sayanworld.it