1.2 MONOMI E OPERAZIONI CON I MONOMI

1.2.1. L'insieme dei monomi

D'ora in poi quando scriveremo un'espressione letterale in cui compare l'operazione di moltiplicazione, tralasceremo il puntino fin qui usato per evidenziare l'operazione. Così l'espressione $5 \cdot a^2 + \frac{3}{8} \cdot a \cdot b - 7 \cdot b^2$ verrà scritta in modo più compatto $5a^2 + \frac{3}{8}ab - 7b^2$.

DEFINIZIONE. Una espressione letterale in cui numeri e lettere sono legati dalla sola moltiplicazione si chiama **monomio.**

Esempi

L'espressione nelle due variabili a e b $E = 5 \cdot 2a^2 \frac{3}{8} ab7b^2$ è un monomio perché vediamo che numeri e lettere sono legate solo dalla moltiplicazione.

L'espressione $E = 2a^2 - ab^2$ non è un monomio poiché tra le lettere compare anche il segno di sottrazione.

E1 Individua tra le espressioni letterali di seguito elencate, quelle che sono monomi:

$E_1 = 35x^2 + y^2$; $E_2 = -4^{-1}ab^4c^6$; $E_3 = \frac{4}{x}y^2$; $E_4 = -\frac{87}{2}x^2z$

Per rispondere in modo corretto devo individuare quelle espressioni in cui compare solamente la ……………; pertanto sono monomi ……………….

OSSERVAZIONI

Gli elementi di un monomio sono **fattori**, perché sono termini di una moltiplicazione ma possono comparire anche **potenze**, infatti la potenza è una moltiplicazione di fattori uguali. Non possono invece comparire esponenti negativi o frazionari. In un monomio gli esponenti delle variabili devono essere numeri naturali.

DEFINIZIONE. Un **monomio** si dice **ridotto in forma normale** quando è scritto come prodotto di un solo fattore numerico e di potenze letterali con basi diverse.

Esempio. Il monomio $E = 5 \cdot 2a^2 \frac{3}{8} ab7b^2$ non è scritto in forma normale: tra i suoi fattori vi sono numeri diversi e le potenze letterali hanno basi ripetute, la a e la b compaiono due volte ciascuna.

Moltiplichiamo tra loro i fattori numerici otteniamo $\frac{105}{4}$; eseguiamo il prodotto di potenze con le stesse basi otteniamo a^3b^3. Il monomio in forma normale è $E = \frac{105}{4}a^3b^3$

PROCEDURA. Per ridurre in forma normale un monomio occorre:

- ✓ **moltiplicare tra loro i fattori numerici**
- ✓ **moltiplicare le potenze con la stessa base**

E2. Scrivi in forma normale i seguenti monomi:

$$\frac{4}{9}ab18c^3 2^{-2}a^3b = \frac{\dots}{\dots}a^{\dots}b^{\dots}c^{\dots}\,; \qquad -x^5\frac{1}{9}y^4(-1+5)^2y^7 = \dots\dots\dots\dots$$

DEFINIZIONE. La parte numerica del monomio ridotto a forma normale si chiama **coefficiente.**

Esempio. Nella tabella seguente sono segnati alcuni monomi e i rispettivi coefficienti:

monomio	$-\frac{1}{2}abc$	$3x^3y^5$	a^5b^7	$-k^2$
coefficiente	$-\frac{1}{2}$	3	1	-1

DEFINIZIONI

Se il coefficiente del monomio è zero il **monomio** si dice **nullo.**

Il complesso delle lettere che compaiono nel monomio ridotto a forma normale ne costituisce la **parte letterale.**

Esempio. L'espressione letterale $\frac{3}{5}a^3bc^2$

- è un monomio dal momento che il numero $\frac{3}{5}$ e le lettere a^3 b c^2 sono legate dall'operazione di moltiplicazione;
- il suo coefficiente è il numero $\frac{3}{5}$
- la parte letterale è a^3bc^2 .

Controesempi

L'espressione letterale $\frac{3}{5}a^3+bc^2$ non è un monomio dal momento che numeri e lettere sono legati oltre che dalla moltiplicazione anche dalla addizione.

L'espressione letterale $\frac{3}{5}a^{-3}bc^2$ non è un monomio in quanto la potenza con esponente negativo rappresenta una divisione, infatti $a^{-3}=\frac{1}{a^3}$.

DEFINIZIONE: due o più monomi che hanno parte letterale identica sono **simili.**

Esempio. Il monomio $\frac{3}{5}a^3bc^2$ è simile a $68a^3bc^2$ e anche a $-0.5a^3bc^2$, ma non è simile a $\frac{3}{5}a^2bc^3$. L'ultimo monomio ha le stesse lettere degli altri ma sono elevate ad esponenti diversi.

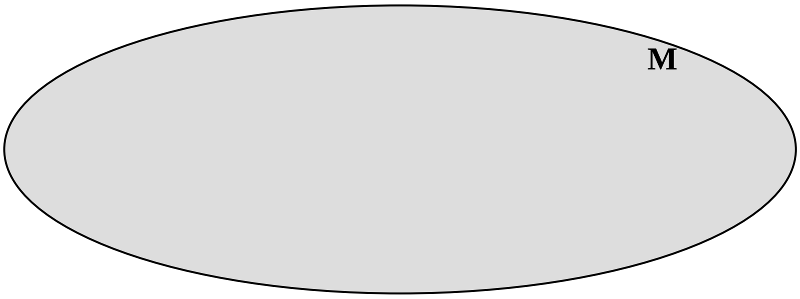
Il monomio nullo si considera simile a qualunque altro monomio.

DEFINIZIONE. Due monomi simili che hanno coefficiente opposto si dicono **monomi opposti.**

Esempio. I monomi $\frac{3}{5}a^3bc^2$ e $-\frac{3}{5}a^3bc^2$ sono opposti, infatti sono simili e hanno coefficienti opposti.

Non sono opposti $\frac{3}{5}a^3bc^2$ e $-7a^3bc^2$, ma semplicemente simili. I loro coefficienti hanno segno diverso, ma non sono numeri opposti

E3 Nell'insieme $M=\left\{-\frac{34}{5}a^3b,\ 3^2a^2b^4,\ \frac{1}{3}ab^3,\ a^3b,\ -a,\ 7a^2b^4,\ -\frac{1}{3}ab^3,\ -89a^3b\right\}$ dei monomi, determina i sottoinsiemi **S** dei monomi simili e in essi le coppie di monomi opposti facendone una rappresentazione con diagrammi di Venn.



DEFINIZIONI

Il **grado complessivo** di un monomio è la somma degli esponenti della parte letterale.

Quando il monomio è ridotto a forma normale, l'esponente di una sua variabile ci indica il **grado** del monomio **rispetto a quella variabile**

Esempio. Il monomio $\frac{3}{5}a^3bc^2$ ha grado complessivo 6 ottenuto sommando gli esponenti della sua parte letterale (3+1+2=6). Rispetto alla variabile a è di terzo grado, rispetto alla variabile b è di primo grado ed infine è di secondo grado rispetto alla variabile c.

Abbiamo detto che gli esponenti della parte letterale del monomio sono numeri naturali, dunque possiamo anche avere una o più variabili elevate ad esponente 0. Cosa succede allora nel monomio?

Consideriamo il monomio $56a^3b^0c^2$, sappiamo che qualunque numero diverso da zero elevato a zero è uguale a 1, quindi possiamo sostituire la variabile b che ha esponente 0 con 1 e otteniamo: $56a^3\cdot 1\cdot c^2=56a^3c^2$. Se in un monomio ogni variabile ha esponente 0, il monomio rimane solamente con il suo coefficiente numerico: per esempio $-3a^0x^0=-3\cdot 1\cdot 1=-3$.

Questa osservazione ci permette di concludere

OSSERVAZIONE

Esistono **monomi di grado 0**; essi presentano solo il coefficiente e pertanto **sono** equiparabili ai **numeri razionali.**

1.2.2. Il valore di un monomio

Poiché il monomio un'espressione letterale, possiamo calcolarne il valore quando alle sue variabili sostituiamo numeri.

Esempio. Calcola il valore del monomio $3x^4y^5z$ per i valori $x=-3; y=5; z=0$

Sostituendo i valori assegnati otteniamo $3\cdot(-3)^4\cdot 5^5\cdot 0=0$ essendo uno dei fattori nullo.

Il valore di un monomio è nullo quando almeno una delle sue variabili assume il valore 0

Molte formule della geometria sono scritte sotto forma di monomi: area del triangolo = $\frac{1}{2}bh$; area del quadrato $= l^2$; perimetro del quadrato = $4l$; area del rettangolo = bh ; volume del cubo = l^3 ecc.

Esse acquistano significato quando al posto delle lettere sostituiamo numeri positivi che rappresentano le misure della figura considerata.

E4 Calcola l'area di un triangolo che ha altezza $h=2,5$ e base $b=\frac{3}{4}$.

Il monomio che permette di calcolare l'area del triangolo è ……, sostituendo i valori numeri alle variabili ottengo ………

Individua l'esatta definizione tra quelle proposte

E5 Un monomio è:

a) un'espressione algebrica letterale nella quale figurano soltanto operazioni di moltiplicazione e potenza con esponente intero
b) un'espressione algebrica letterale nella quale figurano soltanto addizioni e moltiplicazioni tra termini numerici e termini letterali
c) un'espressione algebrica letterale nella quale figurano soltanto prodotti di fattori numerici e letterali
d) un'espressione algebrica letterale nella quale numeri e lettere sono legati dalle operazioni razionali

E6 Il grado complessivo di un monomio è:

a) l'esponente della prima variabile che compare nel monomio
b) la somma di tutti gli esponenti che compaiono sia ai fattori numerici sia a quelli letterali
c) il prodotto degli esponenti delle variabili che compaiono nel monomio
d) la somma degli esponenti di tutte le variabili che vi compaiono

E7 Quale delle seguenti definizioni è corretta?:

a) il grado di un monomio è l'esponente della prima variabile che compare in esso
b) il grado di un monomio è la somma di tutti gli esponenti che compaiono sia nei fattori numerici che in quelli letterali
c) il grado di un monomio è la somma degli esponenti di tutte le variabili che vi compaiono
d) il grado di un monomio è il prodotto degli esponenti delle variabili che vi compaiono

E8 Nell'insieme *E*, i cui elementi sono espressioni letterali, determina il sottoinsieme *M* dei monomi:

$$E=\left\{3+ab;\ -2a;\ -\frac{7}{3}ab^2;\ -\left(\frac{4}{3}\right)^3;\ a^2bc\cdot\frac{-2}{a^3};\ 4a^{-3}b^2c^5;\ -x;\ 8x^4-4x^2;\ -y\cdot\left(2x^4+6z\right);\ \frac{abc^9}{3+7^{-2}}\right\}$$

$$M=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}$$

E9 Completa. Nel monomio $m=-\frac{5}{2}a^3x^2y^4z^8$ distinguiamo

Coefficiente = ………. Parte letterale = ……….. Grado complessivo = ……

Il grado della lettera x è ………

Scegli la o le proposizioni vere:

E10 **L**'insieme dei monomi: $M=\left\{\frac{1}{3}abc^2; \frac{1}{3}a^2bc; -3abc^2; -\frac{1}{3}abc^2\right\}$ contiene

a) monomi aventi lo stesso coefficiente
b) monomi con la stessa parte letterale
c) monomi nelle stesse variabili
d) monomi dello stesso grado
e) monomi di grado dispari

E11 Motiva brevemente la verità o falsità delle seguenti proposizioni:

"Se due monomi hanno ugual grado allora sono simili"

"se due monomi sono simili allora hanno lo stesso grado"

E11 Quale diagramma di Venn rappresenta in modo corretto la seguente proposizione:

"alcune espressioni letterali non sono monomi"
legenda: L insieme della espressioni letterali
M insieme dei monomi

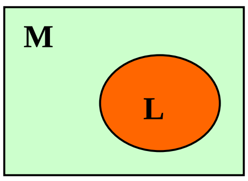


Fig 2

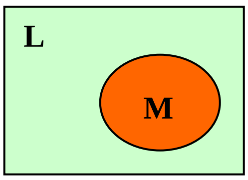


Fig1

E12 Attribuisci il valore di verità alle seguenti proposizioni:

a) Il valore del monomio $-a$ è negativo per qualunque a diverso da zero V F
b) Il valore del monomio $-a^2$ è negativo per qualunque a diverso da zero V F
c) Il monomio b^6 è il cubo di b^2 V F
d) L'espressione ab^{-1} è un monomio V F
e) Il valore del monomio ab è nullo per a = 1 e b = -1 V F

1.2.3. Moltiplicazione di due monomi

Ci proponiamo ora di introdurre nell'insieme dei monomi le operazioni di addizione, sottrazione, moltiplicazione, potenza, divisione.
Ricordiamo che definire in un insieme un'operazione significa stabilire una legge che associa a due elementi dell'insieme un altro elemento dell'insieme stesso.

La moltiplicazione di due monomi si indica con lo stesso simbolo della moltiplicazione tra numeri; i suoi termini si chiamano fattori e il risultato si chiama prodotto, proprio come negli insiemi numerici.

DEFINIZIONE. Il prodotto di due monomi è il monomio avente per coefficiente il prodotto dei coefficienti, per parte letterale il prodotto delle parti letterali dei monomi fattori.

Esempio. Assegnati i monomi $m_1 = -4x^2yz^3$ $\quad m_2 = \frac{5}{6}x^3z^6$ il monomio prodotto è

$$m_3 = \left(-4 \cdot \frac{5}{6}\right)\left(x^2 \cdot x^3\right) \cdot y \cdot \left(z^3 \cdot z^6\right) = -\frac{10}{3}x^5yz^9$$

PROCEDURA. La moltiplicazione tra monomi si effettua moltiplicando prima i coefficienti numeri e dopo le parti letterali:

- ✓ **nella moltiplicazione tra i coefficienti usiamo le regole note della moltiplicazione tra numeri razionali.**
- ✓ **nella moltiplicazione tra le parti letterali applichiamo la regola del prodotto di potenze con la stessa base.**

E13 Determina il prodotto dei monomi delle seguenti coppie:

$m_1 = -x^2y^4; \quad m_2 = -\frac{8}{5}x^2y; \quad m_1 \cdot m_2 = m_3 = +\frac{8}{5}x^{\cdots}y^{\cdots}$

$m_1 = -\frac{15}{28}xy^3; \quad m_2 = \frac{7}{200}x^2y^2; \quad m_1 \cdot m_2 = m_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_1 = a^5b^5y^2; \quad m_2 = -\frac{8}{5}a^2y^2b^3; \quad m_1 \cdot m_2 = m_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

E14 Determina il grado dei monomi fattori dati nell'esercizio precedente e determina il grado del monomio prodotto:

grado di m_1	grado di m_2	grado di m_3

E15. Puoi concludere che il grado del monomio prodotto è

a) Il prodotto dei gradi dei suoi fattori
b) La somma dei gradi dei suoi fattori
c) Minore del grado di ciascuno dei suoi fattori
d) Uguale al grado dei suoi fattori

Le proprietà della moltiplicazione:

- commutativa: $m_1 \cdot m_2 = m_2 \cdot m_1$
- associativa: $m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 = (m_1 \cdot m_2) \cdot m_3 = m_1 \cdot (m_2 \cdot m_3)$
- 1 è l'elemento neutro: $1 \cdot m = m \cdot 1 = m$
- se uno dei fattori è uguale a 0 il prodotto è 0, cioè $0 \cdot m = m \cdot 0 = 0$

1.2.4. Potenza di un monomio

Ricordiamo che tra i numeri l'operazione di elevamento a potenza ha un solo termine, la base, sulla quale si agisce a seconda dell'esponente

$$Potenza = base^{esponente} = \underbrace{base \cdot base \cdot base \cdot \ldots\ldots \cdot base}_{\text{Tanta volte quanto indica l'esponente}}$$

Analogamente viene indicata la potenza di un monomio: la base è un monomio e l'esponente è un numero naturale.

DEFINIZIONE. La potenza di un monomio è un monomio avente per coefficiente la potenza del coefficiente e per parte letterale la potenza della parte letterale.

Esempi.

- Calcoliamo il quadrato e il cubo del monomio $m_1 = -\frac{1}{2}a^2b$.

$m_1 = -\frac{1}{2}a^2b$ elevo al quadrato $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(a^2\right)^2 \cdot (b)^2 = \frac{1}{4}a^4b^2$

$m_1 = -\frac{1}{2}a^2b$ elevo al cubo $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(a^2\right)^3 \cdot (b)^3 = -\frac{1}{8}a^6b^3$

- Calcoliamo il quadrato e il cubo del monomio $m_2 = 5a^3b^2c^2$

$m_2 = 5a^3b^2c^2$ elevo al quadrato $\left(5a^3b^2c^2\right)^2 = (5)^2 \cdot \left(a^3\right)^2 \cdot \left(b^2\right)^2 \cdot \left(c^2\right)^2 = 25a^6b^4c^4$

$m_2 = 5a^3b^2c^2$ elevo al quadrato $\left(5a^3b^2c^2\right)^3 = (5)^3 \cdot \left(a^3\right)^3 \cdot \left(b^2\right)^3 \cdot \left(c^2\right)^3 = 125a^9b^6c^6$

PROCEDURA. Per eseguire la potenza di un monomio:

- ✓ **Applichiamo la proprietà relativa alla potenza di un prodotto, eseguiamo cioè la potenza di ogni singolo fattore del monomio.**
- ✓ **applichiamo la proprietà relativa alla potenza di potenza, moltiplicando l'esponente della variabile per l'esponente delle potenza.**

E16 Esegui le potenze indicate:

$\left(-3x^3y^4z\right)^2 = 9x^6y^{\cdots}z^{\cdots}$ $\qquad$ $\left(-\frac{3}{5}abx^3y^5\right)^3 = -\frac{\ldots}{\ldots}a^3b^{\cdots}x^{\cdots}y^{\cdots}$

$\left(a^3b^2\right)^8 =$ $\qquad$ $\left(-a^4b^2\right)^7 =$

1.2.5. Addizione di due monomi

L'addizione di due monomi si indica con lo stesso simbolo dell'addizione tra numeri; i suoi termini si chiamano addendi e il risultato si chiama somma.

1° caso: addizione di due monomi simili

DEFINIZIONE. La somma di due monomi simili è un monomio simile agli addendi e avente come coefficiente la somma dei coefficienti.

Esempio. Calcoliamo $3x^3+\left(-6x^3\right)$

I due addendi sono monomi simili dunque la somma è ancora un monomio ed è simile ai singoli addendi. Precisamente $3x^3+\left(-6x^3\right)=(3+(-6))x^3=-3x^3$

Osserva che la somma di monomi si riduce alla somma algebrica tra i coefficienti.

E17 Determina la somma dei monomi simili $8a^2b+\left(-\frac{2}{3}\right)a^2b+\frac{1}{6}a^2b$

La somma è un monomio ………… agli addendi; il suo coefficiente è dato da $8-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=$ ....

Quindi la somma = ………………

Proprietà della addizione:

- commutativa: $m_1+m_2=m_2+m_1$
- associativa: $m_1+m_2+m_3=(m_1+m_2)+m_3=m_1+(m_2+m_3)$
- 0 è l'elemento neutro: $0+m=m+0=m$
- per ogni monomio m esiste il monomio opposto, cioè un monomio m* tale che m + m* = 0.

L'ultima proprietà enunciata ci permette di definire nell'insieme dei monomi simili anche la sottrazione di monomi. Essa si indica con lo stesso segno della sottrazione tra numeri e il suo risultato si chiama differenza.

DEFINIZIONE. Per sottrarre due monomi simili si aggiunge al primo l'opposto del secondo.

Esempio. Assegnati $m_1=\frac{1}{2}a^2b$ $\quad m_2=-5a^2b$ determina m_1-m_2

L'operazione richiesta $\frac{1}{2}a^2b-\left(-5a^2b\right)$ diventa $\frac{1}{2}a^2b+5a^2b=\frac{11}{2}a^2b$

Sulla base di quanto detto, possiamo unificare le due operazioni di addizione e sottrazione di monomi simili in un'unica operazione che chiamiamo "somma algebrica di monomi"

DEFINIZIONE. La somma algebrica di due monomi simili è un monomio simile agli addendi avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti.

Esempio. Determiniamo la somma $\frac{3}{5}x^4-\frac{1}{3}x^4+x^4+\frac{4}{5}x^4-2x^4-\frac{1}{2}x^4$.

Osserviamo che tutti gli addendi sono tra loro simili dunque:

$$\frac{3}{5}x^4-\frac{1}{3}x^4+x^4+\frac{4}{5}x^4-2x^4-\frac{1}{2}x^4=\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}+1+\frac{4}{5}-2-\frac{1}{2}\right)x^4=-\frac{13}{30}x^4$$

2° caso: addizione di monomi non simili

Analizziamo il caso della seguente addizione: $7a^3b^2-5a^2b^3+a^3b^2$. Si vuole determinare la somma. I monomi addendi non sono tutti tra loro simili; lo sono però il primo e il terzo.
La proprietà associativa ci consente di riscrivere l'addizione precedente "avvicinando" i monomi simili e sostituendo ad essi la loro somma:

$$7a^3b^2-5a^2b^3+a^3b^2=\left(7a^3b^2+a^3b^2\right)-5a^2b^3=8a^3b^2-5a^2b^3$$

L'espressione così ottenuta è la somma richiesta.

E18 Determina la somma $S=2a-3ab-a+17ab+41a$.

I monomi addendi non sono tra loro simili, modifico la scrittura dell'operazione applicando la proprietà associativa in modo da affiancare i monomi simili:

$S=2a-3ab-a+17ab+41a=(\dots\dots\dots\dots)+(\dots\dots\dots\dots)=\dots\dots\dots\dots$

La somma ottenuta non è un ……………

Il procedimento che abbiamo seguito per determinare il risultato dell'addizione assegnata viene chiamato **riduzione dei termini simili**.

In conclusione, l'operazione di addizione tra monomi ha come risultato un monomio solo se gli addendi sono monomi simili; in caso contrario la somma viene effettuata riducendo i monomi simili e lasciando indicata l'addizione tra gli altri monomi.

Esempi

- Calcola la seguente somma: $s_1=3a-7a+2a+a$

s_1 è un monomio poiché gli addendi sono monomi simili: $s_1=-a$

- Calcola la seguente somma: $s_2=\frac{1}{2}a^3+b-\frac{3}{4}a^3-\frac{6}{5}b$

s_2 non è un monomio poiché gli addendi non sono monomi simili: $s_2=-\frac{1}{4}a^3-\frac{1}{5}b$

1.2.6. Divisione di due monomi

Premessa: ricordiamo che assegnati due numeri razionali d_1 e d_2 con $d_2\neq 0$, eseguire la divisione $d_1:d_2$ significa determinare il numero q che moltiplicato per d_2 dà d_1. Nell'insieme Q basta la condizione $d_2\neq 0$ per affermare che q esiste ed è un numero razionale.

DEFINIZIONE: assegnati due monomi m_1 e m_2 con m_2 diverso dal monomio nullo, se è possibile determinare il monomio q tale che $m_1=q\cdot m_2$, si dice che m_1 è divisibile per m_2 e q è il monomio quoziente.

Esempio. Vogliamo eseguire la seguente divisione $\left(36x^5y^2\right):\left(-18x^3y\right)$

Per quanto detto sopra, vogliamo trovare, se esiste, il monomio q tale che $\left(36x^5y^2\right)=q\cdot\left(-18x^3y\right)$ e ripensando alla moltiplicazione di monomi possiamo dire che $q=-2x^2y$. Infatti $\left(-2x^2y\right)\cdot\left(-18x^3y\right)=\left(36x^5y^2\right)$. Il monomio q è quindi il quoziente della divisione assegnata.

PROCEDURA. Il quoziente di due monomi è un monomio così composto:

- ✓ **il coefficiente è il quoziente dei coefficienti dei monomi dati**
- ✓ **la parte letterale ha gli esponenti ottenuti sottraendo gli esponenti delle stesse variabili**
- ✓ **se la potenza di alcune delle lettere risulta negativa il risultato della divisione non è un monomio.**

ESEMPIO. Eseguiamo la seguente divisione $\left(\frac{7}{2}a^3x^4y^2\right):\left(-\frac{21}{8}ax^2y\right)$

Procediamo seguendo i passi sopra descritti:

$$\left(\frac{7}{2}a^3x^4y^2\right):\left(-\frac{21}{8}ax^2y\right)=\frac{7}{2}\cdot\left(-\frac{8}{21}\right)a^{3-1}x^{4-2}y^{2-1}=-\frac{4}{3}a^2x^2y$$

Nell'eseguire la divisione non abbiamo tenuto conto della condizione esplicitata nella definizione "il divisore diverso dal monomio nullo"; questa condizione ci obbliga a stabilire per la divisione la Condizioni di Esistenza (**C.E.**). Completiamo l'esercizio precedente:

$$\textbf{C.E.}=a\neq0\ \ e\ x\neq0\ e\ y\neq0\quad\left(\frac{7}{2}a^3x^4y^2\right):\left(-\frac{21}{8}ax^2y\right)=\frac{7}{2}\cdot\left(-\frac{8}{21}\right)a^{3-1}x^{4-2}y^{2-1}=-\frac{4}{3}a^2x^2y$$

E19 Esegui le divisioni indicate e poni le **C.E.**:

$15b^8:\left(-\frac{40}{3}b^5\right)=$ C. E.

$\left(-\frac{13}{72}x^2y^5z^3\right):\left(-\frac{26}{27}xyz\right)=$ C. E.

Esempio. Eseguiamo la seguente divisione $\left(\frac{9}{20}a^2b^4\right):\left(-\frac{1}{8}a^5b^2\right)$

Procediamo seguendo i passi sopra descritti con la **C.E**. $a\neq0$ et $b\neq0$:

$$\left(\frac{9}{20}a^2b^4\right):\left(-\frac{1}{8}a^5b^2\right)=\left(\frac{9}{20}\right)\cdot(-8)a^{2-5}b^{4-2}=-\frac{18}{5}a^{-3}b^2\ .$$

Osserva che il quoziente ottenuto non è un monomio perché l'esponente della variabile a è negativo. Il risultato è un'espressione frazionaria o fratta.

In conclusione, l'operazione di divisione tra due monomi ha come risultato un monomio se ogni variabile del dividendo ha esponente maggiore o uguale all'esponente con cui compare nel divisore.

Determina il quoziente dei monomi

E 20 $q_1 = (-12a^7b^5c^2):(-18ab^4c)$

Il quoziente q_1 è un monomio perché ………………………………………………………..……

$q_1 = +\frac{2}{3}a^6bc$ C.E. $a \neq 0$ e $b \neq \ldots$ e $c \neq \ldots$

E 21 $q_2 = \left(\frac{1}{2}a^3\right):(-4a^5)$

Il monomio q_2 non è un monomio perché ……………………………………………………

$q_2 = -\frac{1}{8}a^{\cdots}$ C.E. ……

E 22 $q_3 = (-34x^5y^2):(-2yz^3)$

Il monomio q_3 è un monomio? …… Perché ……………………………………………………

$q_3 = +17x^{\cdots}y^{\cdots}z^{\cdots}$ C.E. …………….

E23 $q_4 = (-a^7):(8a^7)$

Il monomio q_4 è un monomio? …… Perché …………………………………………………….

q_4=………… C.E. …………

E24 Assegnati i monomi:

$m_1 = \frac{3}{8}a^2b^2$ $m_2 = -\frac{8}{3}ab^3$ $m_3 = -3a$ $m_4 = -\frac{1}{2}b$ $m_5 = 2b^3$

Calcola il risultato delle seguenti operazioni, ponendo le opportune C.E.:

$A = m_1 \cdot m_2 \cdot (m_4)^2$ $B = -m_2 \cdot m_1 \cdot (m_3)^2 \cdot m_5$ $C = (m_3 \cdot m_4)^2 - m_1$

$D = m3 \cdot m_5 - m_2$ $E = m_2 : m_3 + m_5$ $F = m_1 : m_2$

E25 Individua la risposta esatta:

Quando sottraiamo due monomi opposti otteniamo

a) Il doppio del primo termine
b) Il doppio del secondo termine
c) 0
d) il monomio nullo

E26 Quando dividiamo due monomi opposti otteniamo:

a) il quadrato del primo monomio
b) -1
c) 0
d) 1

E27 Attribuisci il valore di verità alle seguenti proposizioni:

a.	La somma di due monomi opposti è il monomio nullo	V	F
b.	Il quoziente di due monomi simili è il quoziente dei loro coefficienti	V	F
c.	La somma di due monomi è un monomio	V	F
d.	Il prodotto di due monomi è un monomio	V	F
e.	L'opposto di un monomio ha sempre il coefficiente negativo	V	F

1.2.7. Espressioni con i monomi

Consideriamo l'espressione letterale $E=\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3:\left(a^5b\right)+(-2ab)\cdot\left(\frac{1}{2}b+b\right)+5ab^2$

Vediamo che è in due variabili, le variabili sono infatti a e b. Inoltre, i termini delle operazioni che compaiono sono monomi

Se volessimo calcolare il valore di E per a = 10 ; b = -2 dobbiamo sostituire nell'espressione tali valori e risolvere l'espressione numerica che ne risulta. Inoltre se dovessimo calcolare il valore di E per altre coppie dovremmo ogni volta applicare questo procedimento.
Dal momento che abbiamo studiato come eseguire le operazioni razionali con i monomi, prima di sostituire i numeri alle lettere, applichiamo le regole del calcolo letterale in modo da ridurre E, se possibile, in una espressione più semplice.

Prima di procedere, essendovi una divisione poniamo innanzi tutto la C.E. $a \neq 0$ e $b \neq 0$ ed eseguiamo rispettando la precedenza delle operazioni come facciamo nelle espressioni numeriche.

$$E=\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3:\left(a^5b\right)+(-2ab)\cdot\left(\frac{1}{2}b+b\right)+5ab^2=\left(-\frac{1}{8}a^6b^3\right):\left(a^5b\right)+(-2ab)\cdot\frac{3}{2}b+5ab^2=$$

$=-\frac{1}{8}ab^2-3ab^2+5ab^2$ sommando i monomi simili otteniamo $\frac{15}{8}ab^2$

E è dunque un monomio e calcolare il suo valore è decisamente più semplice!

Calcola il valore dell'espressione assegnata per i valori dati a fianco, prima di sostituire i numeri alle lettere esegui il calcolo algebrico sui monomi.

E28 Calcola $\left(\frac{2}{3}ab^2c\right)^2:\left(-3ab^3\right)$ per $a=\frac{1}{2}; b=-1; c=-2$

E29 Calcola $-\frac{3}{5}x^2y^2\left(-\frac{10}{9}xz^2\right)(-15xy)-0,\bar{6}x^4yz\left(-0,\bar{7}xy^2z\right)$ per $x=-\frac{1}{3}, y=-3, z=0,\bar{1}$

Versione 3 del 1.11.2008, hanno collaborato
Angela Iaciofano: schema iniziale
Cristina Mocchetti: teoria v.1
Germano Pettarin: esercizi
Francesco Speciale: revisione
Antonio Bernardo: revisione