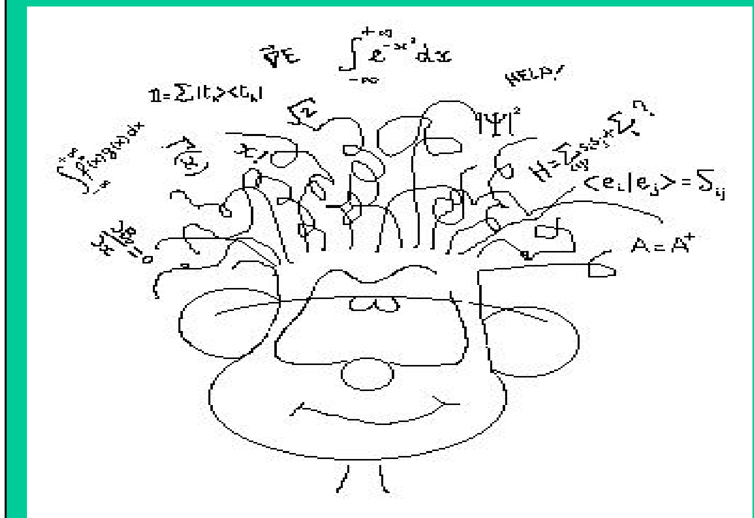
MATEMATICA “LEGGERA”

Ovvero: le cose essenziali che non puoi non sapere!

- Equazioni
- Proporzioni
- Potenze
- Notazione scientifica
- Superfici e volumi
- Percentuale
- Funzioni
- Sistemi di riferimento
- Esponenziale e logaritmo
- Funzioni trigonometriche

P.Montagna
Corso propedeutico di Matematica e Fisica
per i corsi di laurea
nelle Professioni Sanitarie Tecniche



Riferimento: P.Montagna, A.Panzarasa: DALLA MATEMATICA ALLA FISICA
Richiami di Matematica e semplici esercizi di Fisica tra scuola superiore e Università
Ed. CLU Pavia, 2003 *(c/o libreria CLU in Mensa Cravino)*

Equazioni: cosa sono

Relazioni di uguaglianza tra due membri

tutto ciò che è a 1° membro (numeri, dimensioni, unità di misura) deve essere uguale a *tutto ciò* che è a 2° membro

Es.

Area di un rettangolo:

$A = ab = (50\ \text{cm})\cdot(1\ \text{m})$

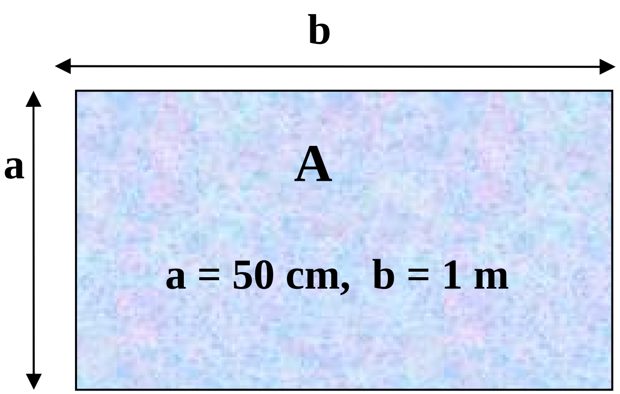
$= 50\ \text{cm} \cdot \text{m}$ (da evitare!)

$= 50\ \text{cm} \cdot 100\ \text{cm} = 5000\ \text{cm}^2$

$\cancel{= 5000\ \text{cm}}$ NO!

$= 0.5\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 0.5\ \text{m}^2$

$\cancel{= 0.5\ \text{m}}$ NO!



Equivalenze + controllo dimensionale

Equazione = relazione di uguaglianza tra due membri verificata solo per **particolari** valori di una variabile **incognita**

$$ax + b = 0 \quad \rightarrow \quad x = -b/a$$

Equazioni: come si risolvono

Proprietà:

Sommando (sottraendo) una stessa quantità a entrambi i membri
Moltiplicando (dividendo) per una stessa quantità entrambi i membri
il risultato non cambia

Es.

$2x = 6 \rightarrow x=3$

$2x + 4 = 6 + 4 \rightarrow 2x + 4 = 10 \rightarrow x=3$

$2x \cdot 5 = 6 \cdot 5 \rightarrow 10x = 30 \rightarrow x=3$

…e da qui deriva
il metodo di risoluzione:

Metodo di risoluzione:

Equazione: $ax+b = 0 \rightarrow ax + b = 0$

$ax + b - b = 0 - b \rightarrow ax = -b$

$ax/a = -b/a \rightarrow \underline{x = -b/a}$

E' il modo per "girare le formule" !

Es.

$2x - 6 = 0$

$2x - 6 + 6 = 0+6 \rightarrow 2x = 6$

$2x/2 = 6/2 \rightarrow x = 3$

Es.

$x/3 + 1/4 = 0$

$x/3 + ¼ - ¼ = 0 - ¼ \rightarrow x/3 = -¼$

$x/3 \cdot 3 = (-¼) \cdot 3 \rightarrow x = -3/4$

Proporzioni

$$a:b = c:d \quad \rightarrow \quad ad = bc$$

Prodotto dei medi = prodotto degli estremi

Nulla di magico: sono solo normali equazioni!

$$a/b = c/d \quad \rightarrow \quad a = bc/d \quad c = ad/b$$
$$b = ad/c \quad d = bc/a$$

Applicazione "quotidiana": conversione di unità di misura

Conversione di unità di misura

... ogni giorno, nella vita quotidiana, usiamo inconsciamente le proporzioni...

Es.

Prezzo in lire → Prezzo in euro

$$\frac{N£}{x} = \frac{1936.27£}{1\,€} \Rightarrow x = \frac{N£ \bullet 1\,€}{1936.27£} = N \bullet \frac{1}{1936.27}€ = N \bullet 0.000516€$$

Prezzo in euro → Prezzo in lire

$$\frac{N\,€}{x} = \frac{1\,€}{1936.27\,£} \Rightarrow x = \frac{N\,€ \bullet 1936.27\,£}{1\,€} = N \bullet 1936.27\,£$$

Fattore di conversione = rapporto tra due unità di misura

Es.

Velocità

km/h → m/s

1 km/h = 1000 m/3600 s = 0.28 m/s

n km/h = n · 0.28 m/s

m/s → km/h

1m/s = 0.001 km/ (1/3600)h = 3.6 km/h

n m/s = n · 3.6 km/h

Velocità di un atleta dei 100 m: 10 m/s = 10 · 3.6 km/h = 36 km/h

di un'automobile: 120 km/h = 120 · 0.28 m/s = 33.6 m/s

della luce: 300000 km/s = 300000000 m/s

= 300000000·3.6 km/h = 1080000000 km/h

Potenze

Operazioni algebriche:

Addizione	$a+b$	
Moltiplicazione	$a \cdot b = a+a+a\ldots$ (b volte)	
Potenza	$a^b = a \cdot a \cdot a\ldots$ (b volte)	

Operazioni inverse (quando possibili)

Sottrazione

Divisione

Radice b-esima

$a^b \rightarrow a$ = base, b = esponente

Proprietà delle potenze di ugual base

- $a^n + a^m \rightarrow \ldots$ *(nessuna particolare proprietà)*

  $a^3 + a^2 = (a \cdot a \cdot a) + (a \cdot a)$
  $= a \cdot a \cdot (a+1)$ … *dipende!*

- $a^n \cdot a^m \rightarrow a^{n+m}$

  $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$

- $(a^n)^m \rightarrow a^{n \cdot m}$

  $(a^3)^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$

- $a^n / a^m \rightarrow a^{n-m}$

  $a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a = a^1$

Potenze a esponente negativo

$a^n/a^m \rightarrow a^{n-m}$

$a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a = a^1$

Ma attenzione:

$a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a = a^1 = a^{3-2}$

$a^2/a^3 = (a \cdot a)/(a \cdot a \cdot a) = 1/a = a^{-1} = a^{2-3}$

$a^3/a^3 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a \cdot a) = 1 = a^0 = a^{3-3}$

La regola continua a valere, purchè si definisca

$a^{-n} = 1/a^n$ potenza a esponente negativo

$a^0 = 1$ potenza a esponente nullo

Potenze di 10

Per esprimere brevemente numeri molto grandi o molto piccoli:

10^6 si legge *'dieci alla sesta'*
è uguale a 1 moltiplicato per 10^6: $1 \cdot 1000000 = 1000000$
è uguale a 1.0 spostando la virgola a destra di 6 posti
es. $3.5 \cdot 10^6 = 3500000$

10^{-6} si legge *'dieci alla meno 6'*
è uguale a 1 diviso per 10^6: $1/1000000 = 0.000001$
è uguale a 1.0 spostando la virgola a sinistra di 6 posti
es. $3.5 \cdot 10^{-6} = 0.0000035$

Es.

numero di Avogadro → $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} = 602200000000000000000000$
carica dell'elettrone → $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C $= 0.00000000000000000016$ C

Notazione scientifica

Nei calcoli scientifici si usa scrivere i numeri grandi e piccoli come
una cifra (da 1 a 9),
seguita eventualmente da punto decimale e cifre successive,
per la relativa potenza di dieci

Es.

$500 = 5 \cdot 10^2$

$3578 = 3.578 \cdot 10^3$

$10000 = 10^4$

$0.05 = 5 \cdot 10^{-2}$

$0.003578 = 3.578 \cdot 10^{-3}$

$0.0001 = 10^{-4}$

calcolo veloce a mente!!!

Vantaggio: le potenze di 10 sono potenze!

Le proprietà delle potenze permettono di eseguire velocemente operazioni complicate, con risultati non lontani dal risultato vero.

Es.

$2897 \cdot 71544 = 207262968 = 2.07 \cdot 10^8$ *(esatto)*

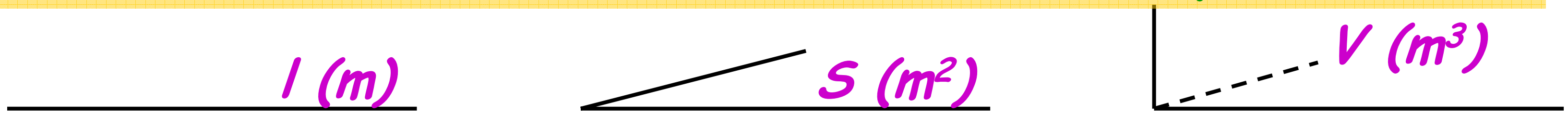
$= (2.897 \cdot 10^3) \cdot (7.1544 \cdot 10^4)$

$= 2.897 \cdot 7.1544 \cdot (10^3 \cdot 10^4)$

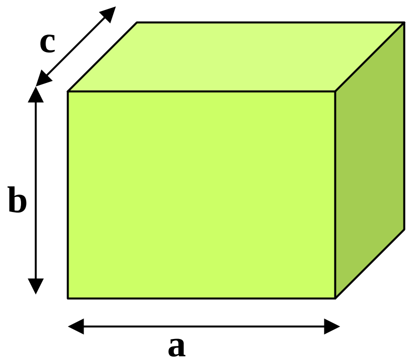
$\cong (3 \cdot 10^3) \cdot (7 \cdot 10^4) = 3 \cdot 7 \cdot 10^7 = 21 \cdot 10^7 = 210000000 = 2.1 \cdot 10^8$ *(approx.)*

Lunghezze, superfici, volumi

Retta – $[L]^1$ | **Piano – $[L]^2$** | **Spazio – $[L]^3$**



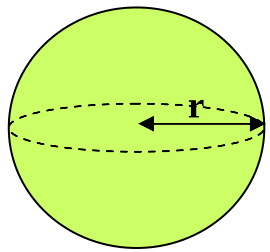
*L'area della superficie di un corpo si misura **sempre** in m^2, cm^2,…*
*Il volume (o capacità) di un corpo si misura **sempre** in m^3, cm^3,…*



PARALLELEPIPEDO

$S = a \cdot b$

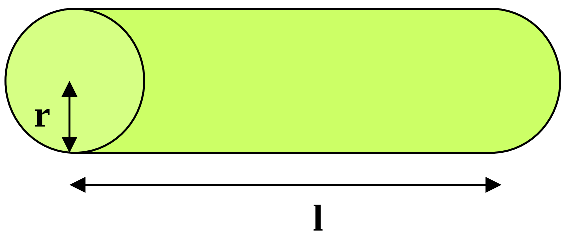
$V = a \cdot b \cdot c$



SFERA

$S = \pi \cdot r^2$

$V = (4/3) \cdot \pi \cdot r^3$



CILINDRO

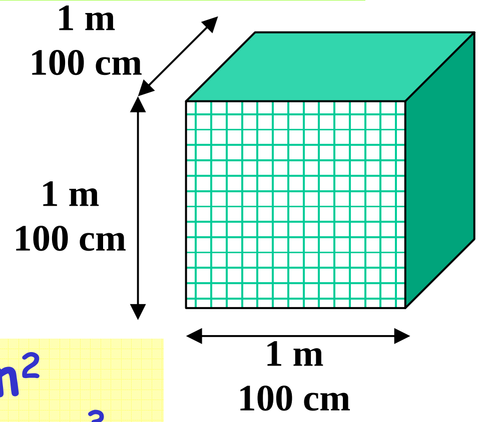
$S = \pi \cdot r^2$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot l$

In generale:
S = base·altezza
V = area base·altezza

Misure di superfici e volumi

Attenzione alle conversioni tra unità di misura!



Meglio un passaggio in più...

1 m^2(m^3) significa "un metro al quadrato(cubo)"
e non "uno al quadrato(cubo)" metri
è una misura di area(volume)
e quindi ha sempre dimensione L^2(L^3) … e quindi:

$$1\ m^2 = (1\ m)^2 = (10^2\ cm)^2 = 10^4\ cm^2 = 10000\ cm^2$$
$$1\ m^3 = (1\ m)^3 = (10^2\ cm)^3 = 10^6\ cm^3 = 1000000\ cm^3$$

$$1\ cm^2 = (1\ cm)^2 = (10^{-2}\ m)^2 = 10^{-4}\ m^2 = 0.0001\ m^2$$
$$1\ cm^3 = (1\ cm)^3 = (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3 = 0.000001\ m^3$$

$$1\ l = 1\ dm^3 = (1\ dm)^3 = (10^{-1}\ m)^3 = 10^{-3}\ m^3$$
$$= (10^1\ cm)^3 = 10^3\ cm^3$$

Strano ma vero: Ricordatelo!!!

Es.

Se 1 litro d'acqua ha massa di 1 kg,
1 m^3 d'acqua ha massa di 1000 kg!!!
1 cm^3 d'acqua ha massa di 1 g!!!

Percentuale

Metodo "comodo" per esprimere variazioni
(aumenti o diminuzioni) rispetto a una situazione nota

$1\ \% = 1/100 = 10^{-2} = 0.01$

$n\ \% = n/100 = 10^{-2} \cdot n = 0.01 \cdot n$

Es.

- 3% di 150 = 3•150/100 = 0.03•150 = 3•1.5 = 4.5
- 20% di 1000000 = 0.20 •1000000 = 200000
- 20% di 0.003 = 0.20 • 0.003 = $2 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-4}$ = 0.0006
- 200% di 1000 = 2 •1000 = 2000 (raddoppiare = aumentare del 100% = passare al 200 %)

La percentuale è sempre relativa alla grandezza a cui si riferisce.

Es.

- 3% di 150 = 4.5 (adimensionale)
- 20% di 1000 € = 200 €
- Soluzione di una sostanza in acqua al 5% =
  in volume: in 1 litro di soluz., 950 cm^3 d'acqua e 50 cm^3 di soluto
  in peso: in 1 kg di soluz., 950 g d'acqua e 50 g di soluto

"Per mille":

1 ‰ = 1/1000
= 0.001
= 0.1%

Parte per milione:

1 ppm = 1/1000000
= 0.000001
= 0.0001%
= 0.001 ‰

Uso del calcolo percentuale

In laboratorio: errore relativo o percentuale

Misura: $a \pm \Delta a$
Errore relativo: $err = \Delta a / a$
Errore percentuale: $err\% = \Delta a / a \cdot 100$

Es.

Errore su misura di lunghezza:

lungh = (63 ± 0.5) cm
err = (0.5 cm)/(63 cm) = 0.0079
err% = err • 100 = 0.79 %

Nella vita quotidiana:
i conti in tasca
(tasse, IVA,…)

Es.

Prezzo netto (IVA escl.): N = 100 €
Prezzo lordo: L = N + 0.20 N
= (1+0.20) N = 1.20 N = 120 €

Prezzo lordo (IVA compr.): L = 100 €
Prezzo netto: L = N + 0.20 N = 1.20 N
→ N = L / 1.20 = 0.8333 L = 83.33 €
e non N = 0.80 L = 80 €

Funzioni

Funzione = relazione univoca tra due grandezze variabili

$y=f(x)$

$y=f(x)$ → la grandezza y dipende dalla grandezza x: come?

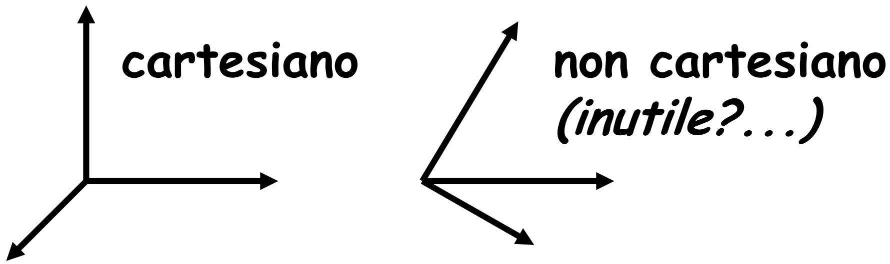
Definire la funzione $y=f(x)$ significa stabilire come varia la variabile dipendente y al variare della variabile indipendente x.

Rappresentazione delle funzioni
→ Sistemi di riferimento

Sistemi di riferimento

Criterio generale: semplicità (= minor complicazione possibile!)

Sistemi cartesiani: assi x,y,z tra loro perpendicolari



Quale sistema di riferimento usare?

Dipende dalle caratteristiche **geometriche** e di **simmetria** del problema.

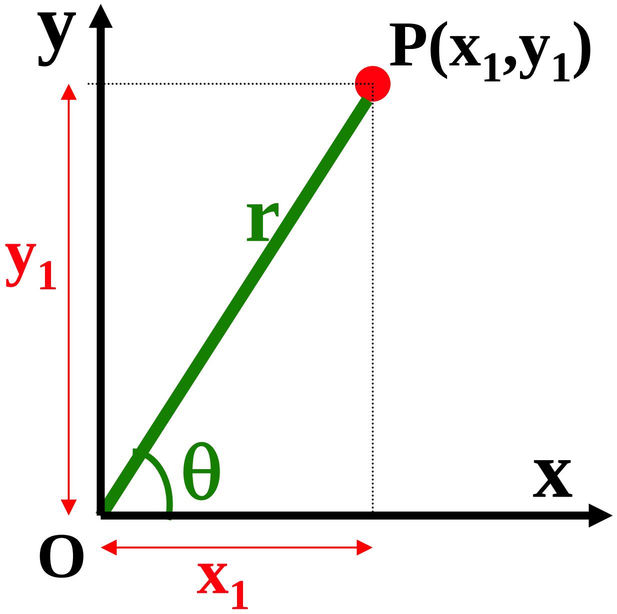
Es.

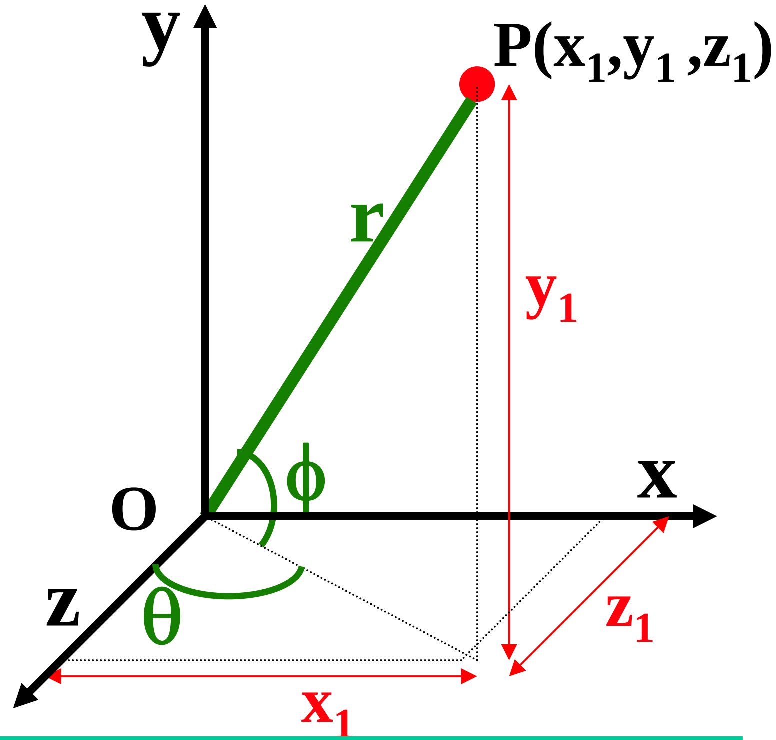
automobile, bicicletta
peso che cade
scatola cubica
fascio raggi X
...
→ *coord. cartesiane*

ruota, palla
giostra
Terra, Sole, pianeti
onde elettromagnetiche
atomi, cellule
...
→ *coord. sferiche*

tubi, impianti idraulici
condotti elettrici
vasi sanguigni
bottiglie, bombole
siringhe, fiale, flebo
→ *coord. cilindriche*

Sistemi di riferimento a 2 e 3 dimensioni





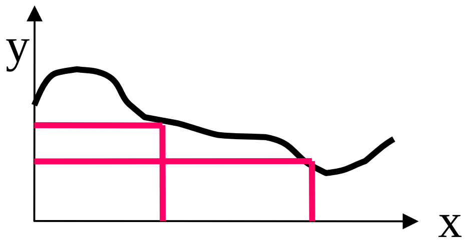
Ogni punto è univocamente determinato da:

in 2 dim → 2 coordinate
$P(x,y)$ o $P(r,\theta)$

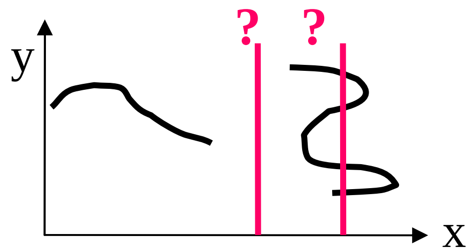
in 3 dim → 3 coordinate
$P(x,y,z)$ o $P(r,\theta,\phi)$

Funzioni: cosa sono

Una relazione di dipendenza e' una funzione se
per ogni valore della variabile indipendente x
esiste uno e un solo valore della variabile dipendente y



SI



NO

Una funzione e' invertibile se
a ogni valore
della var.dipendente y
corrisponde uno e un solo valore
della var.indipendente x
In pratica, se e' sempre
crescente o decrescente.

Es.

persona	→	data di nascita		SI
	←			NO
persona	→	targa auto		NO
	←			SI
x = n	→	y = n	SI, invertibile	
x = n	→	$y = n^2$	SI, non invertibile	
x = n	→	$y = \sqrt{n}$		NO

Quali funzioni usare?

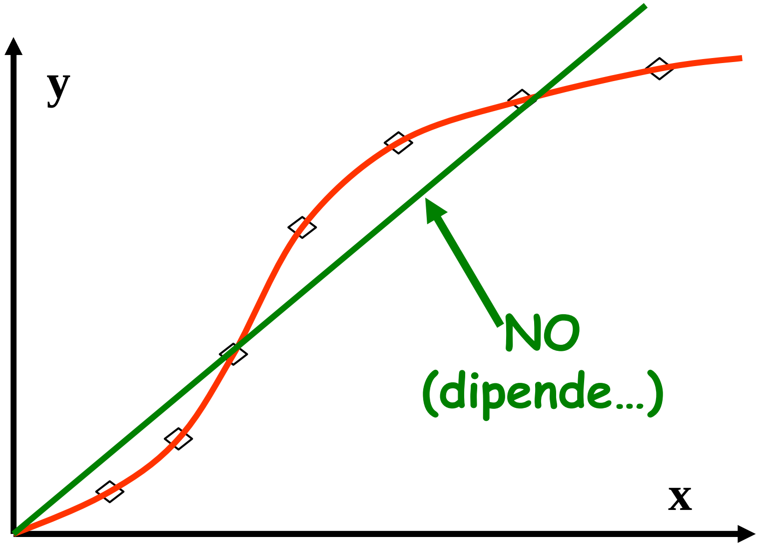
Problema pratico:
interpretare e generalizzare un dato sperimentale

Metodo:

1) *Effettuare una serie di misure di laboratorio*
2) *Disporle in grafico (x=var.indip., y=var.dip.)*
3) *Cercare la funzione che meglio descrive la relazione tra y e x*
4) *Determinare i parametri di tale funzione nella particolare situazione in esame*

Tutto questo normalmente lo fa un computer, ma solo se correttamente impostato.

Le funzioni "in laboratorio"



Per determinare una funzione e i suoi parametri bisogna rispettare i "vincoli" dei dati sperimentali

(es. limiti a valori grandi o piccoli, punti o regioni "non fisiche", zeri o valori particolari)

dando come input al computer tutte le informazioni che si hanno.

Attenzione: impostazioni e approssimazioni diverse portano a funzioni diverse per un' unica legge fisica. Bisogna quindi tener presenti i limiti di validita' del procedimento.

Principali funzioni di uso comune "in laboratorio":

- polinomi → $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$
- esponenziali → $y = a e^{bx}$
- trigonometr. → $y = a\sin(bx)$, $a\cos(bx)$

Funzioni dipendenti dal tempo

Vasta classe di fenomeni della Fisica (e della vita quotidiana)

Tempo = variabile indipendente
parametro del moto

- **Moti:** $s=s(t)$, $v=v(t)$, $a=a(t)$
- **Oscillazioni:** $s(t) = A \sin(\omega t)$
- **Decadimenti:** $n(t) = n_0\, e^{-\lambda t}$

polinomi

f. trigonometriche

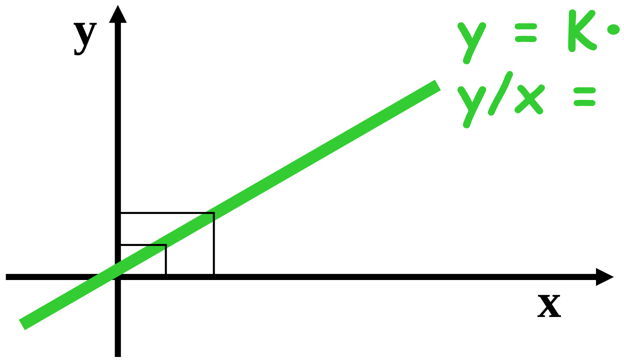
f. esponenziale

Proporzionalita' diretta e inversa

Retta — **1° grado** — **Iperbole**

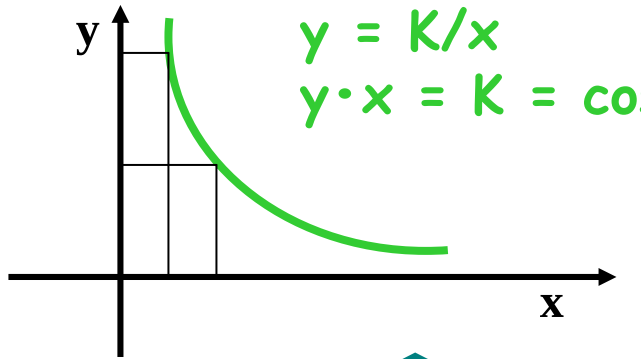
proporz.diretta — **proporz.inversa**

y raddoppia — *al raddoppiare di x* — *y si dimezza*



$y = K \cdot x$

$y/x = K = cost$



$y = K/x$

$y \cdot x = K = cost$

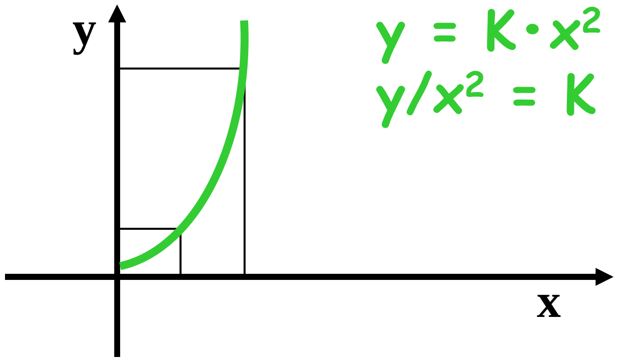
Es.

In Fisica:

$s = v \cdot t$	$PV=k \rightarrow P=k/V$
$\lambda = c \cdot T$	$\lambda\nu = c \rightarrow \lambda = c/\nu$
$F = m \cdot a$	
$\Delta V = R \cdot I$	

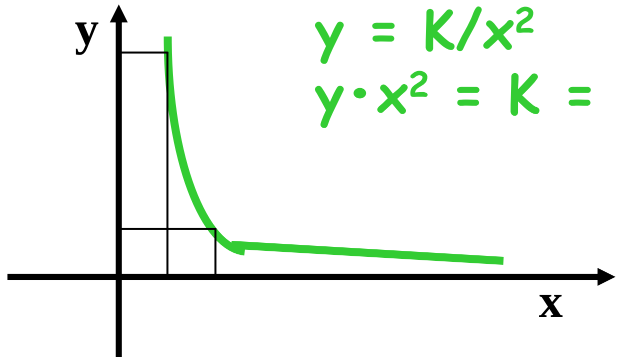
Proporzionalita' quadratica

Parabola	2° grado	Iperbole quadr.
proporz.diretta		proporz.inversa
y quadruplica	*al raddoppiare di x*	*y si riduce a un quarto*



$y = K \cdot x^2$

$y/x^2 = K = cost$



$y = K/x^2$

$y \cdot x^2 = K = cost$

Es.

In Fisica:

$s = ½\, a\, t^2$ $\qquad F_g = -\, G \cdot m_1 m_2 / r^2$

$T = ½\, m\, v^2$ $\qquad F_e = K \cdot q_1 q_2 / r^2$

Esponenziale e logaritmo

Qual è l'esponente a cui bisogna elevare un dato numero per ottenere un certo risultato?

Es.

$10^3 = 1000 \longrightarrow \log_{10}(1000) = 3$

$$a^n = N \rightarrow n = \log_a(N)$$

Logaritmo in base a di N

è l'esponente a cui bisogna elevare la base a per ottenere come risultato il numero dato N.

logaritmo= funzione inversa dell'esponenziale

$\log_{10}(10^2) = 2$

Es.

$\log_3(9) = 2$ *perché* $3^2 = 9$

$\log_2(64) = 6$ *perché* $2^6 = 64$

$\log_e(e) = 1$ *perché* $e^1 = e$

$e = 2.718...$ numero di Neper

$\log_e = \ln$ → logaritmi in base e

$\log_{10} = \mathrm{Log}$ → logaritmi in base 10

Conosciamo meglio i logaritmi

Per semplicità utilizziamo i logaritmi in base 10.
Ma tutte le proprietà valgono per i logaritmi a qualunque base.

Def. $10^n = N \rightarrow n = \log_{10}(N)$

...
$\log_{10}(100) = 2$ *perché* $10^2 = 100$
$\log_{10}(10) = 1$ *perché* $10^1 = 10$
$\log_{10}(1) = 0$ *perché* $10^0 = 1$
$\log_{10}(0.1) = -1$ *perché* $10^{-1} = 1/10 = 0.1$
$\log_{10}(0.01) = -2$ *perché* $10^{-2} = 1/100 = 0.01$
...
$\log_{10}(0)$ non esiste *perché* 10^n non può dare 0
$\log_{10}(-1)$ non esiste *perché* 10^n non può dare un n.negativo

Il logaritmo è definito solo per numeri positivi.

E' positivo per numeri >1, negativo per numeri <1, nullo per numeri =1.

Ogni numero positivo ha il suo logaritmo rispetto a una data base positiva

(utile la calcolatrice...)

Es.

$\log_e(5) = 1.6094$ *perché* $e^{1.6094} = 5$
$\log_{10}(64) = 1.8062$ *perché* $10^{1.8062} = 64$

Proprieta' dei logaritmi

Direttamente dalla definizione
e dalle proprietà delle potenze:

Def. $10^n = N \rightarrow n = \log_{10}(N)$

- $\log(N \cdot M) = \log(N) + \log(M)$
- $\log(N/M) = \log(N) - \log(M)$
- $\log(N^a) = a \cdot \log(N)$

Ma:
$\log(N \pm M) \neq \log(M) \pm \log(N)$

Es.

$\log(1000 \cdot 10) = \log(10000) = 4 = 3+1$

$\log(1000/10) = \log(100) = 2 = 3-1$

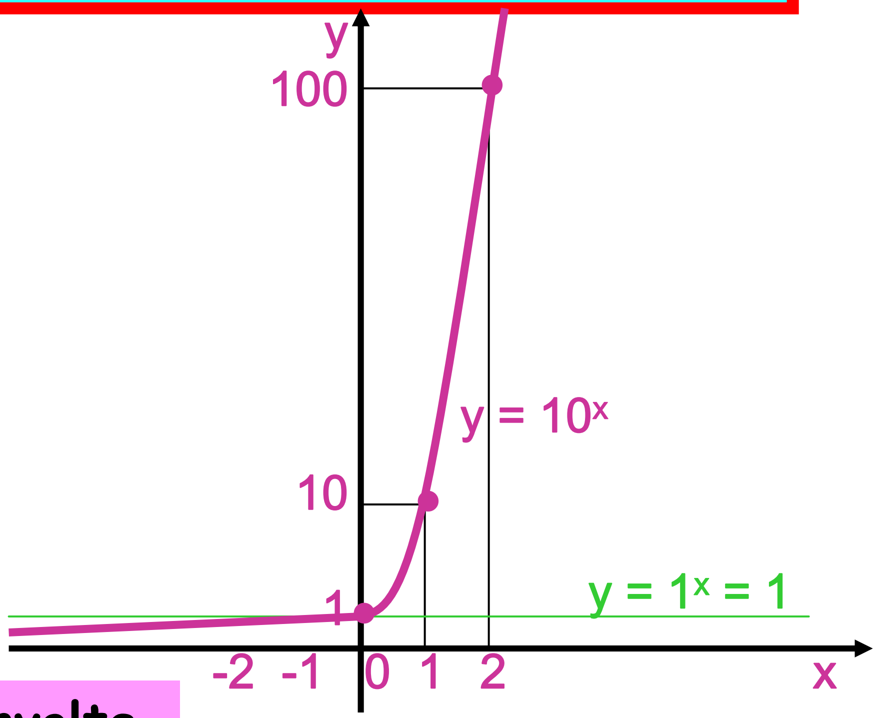
$\log(1000^2) = \log(1000000) = 6 = 2 \cdot 3$

$\log(1000+10) = \log(1010) = 3{,}0043 \neq 4 = 3+1$

Funzione esponenziale

$y = 10^x$

- definita per ogni valore di x
- sempre positiva
- =1 per x=0
- sale "velocissima" per x>0
- scende "lentissima" per x<0



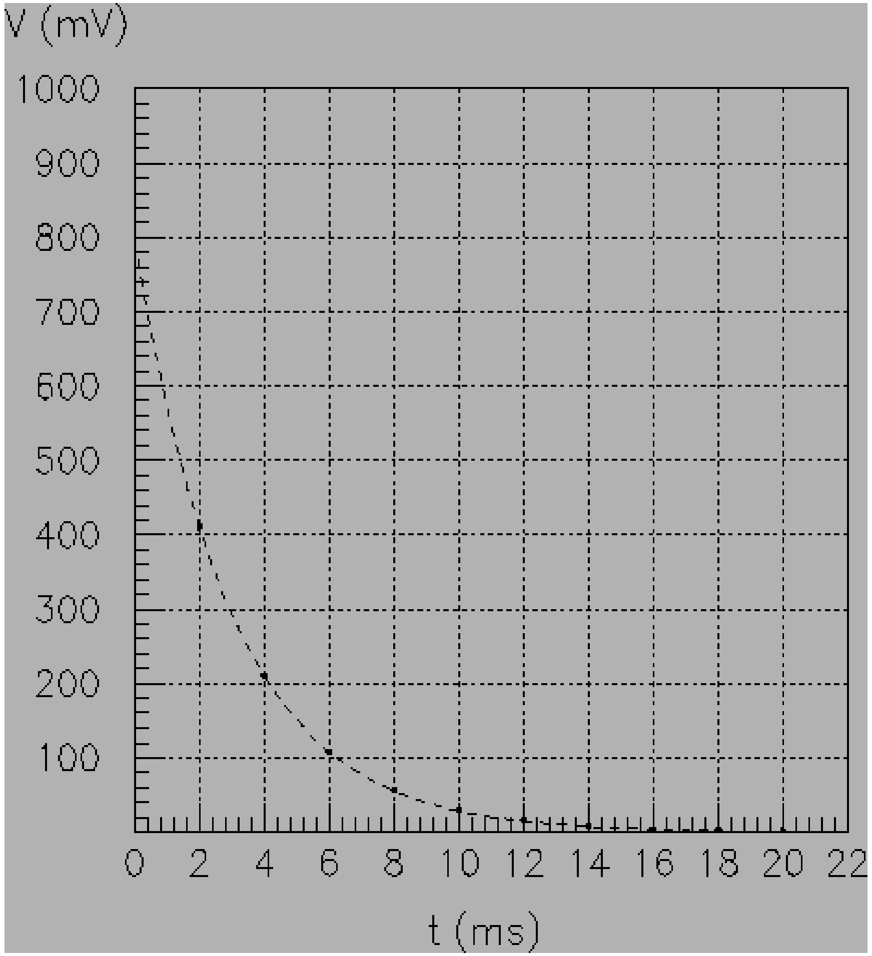
Utile in tanti processi in cui sono coinvolte grandezze positive fortemente variabili.

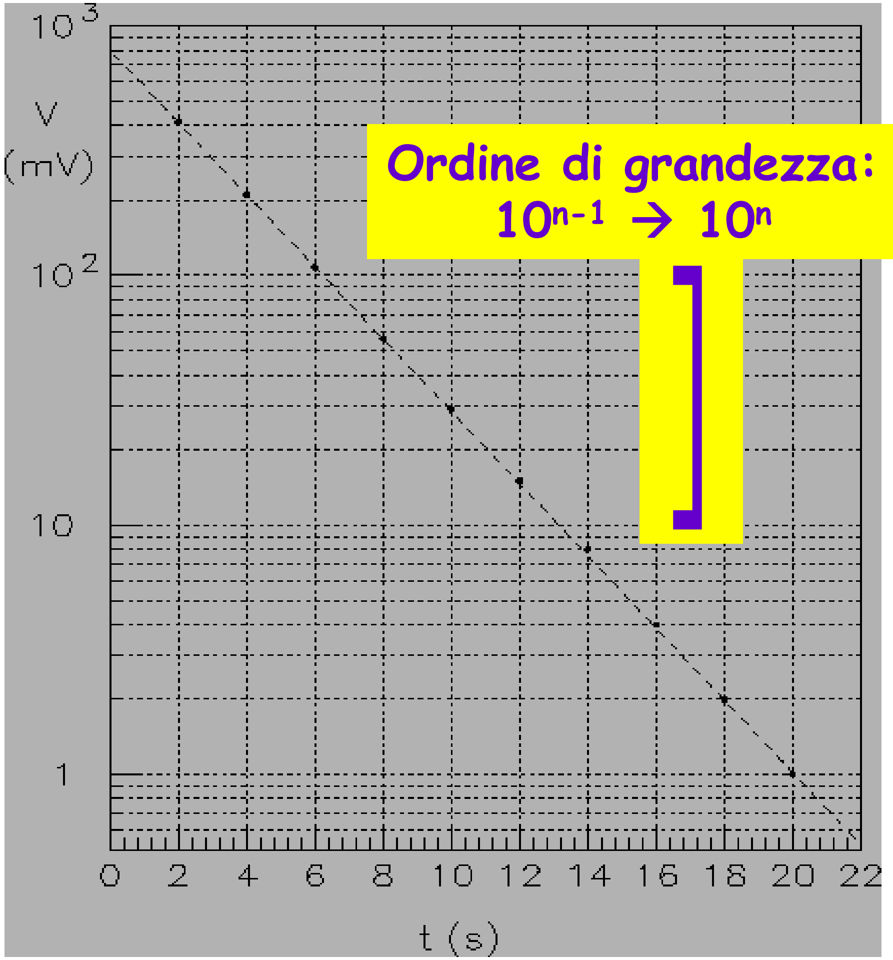
Rappresentazione semilogaritmica:

un intervallo =
un ordine di grandezza (potenza di 10)

es. 0-1 → 10^0-10^1 = 1-10
1-2 → 10^1-10^2 = 10-100
2-3 → 10^2-10^3 = 100-1000

Rappresentazione semilogaritmica





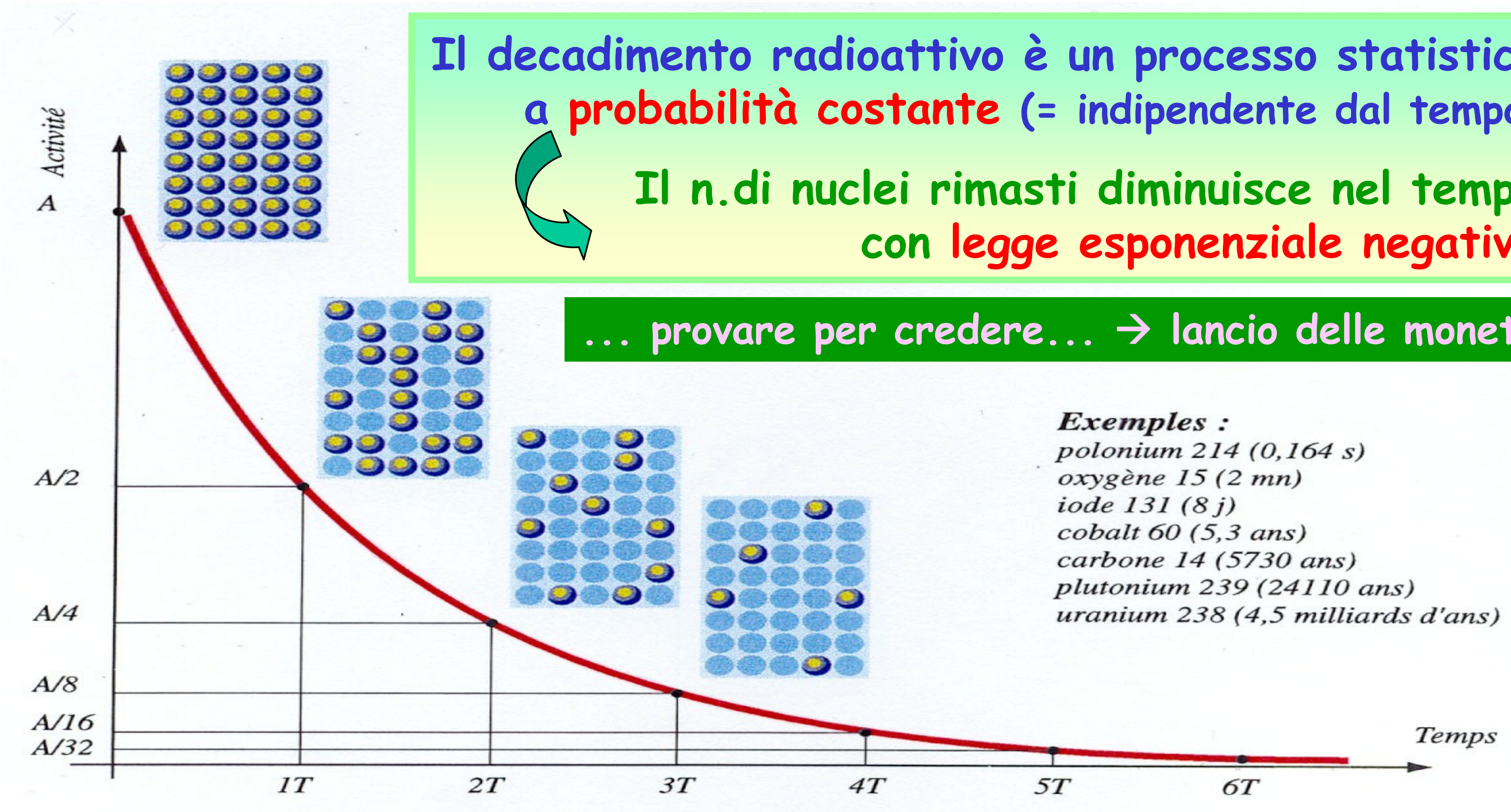
L'esponenziale diventa una retta!

Es. Legge esponenziale negativa

Il decadimento radioattivo è un processo statistico a **probabilità costante** (= indipendente dal tempo)

Il n.di nuclei rimasti diminuisce nel tempo con **legge esponenziale negativa**

... provare per credere... → lancio delle monete

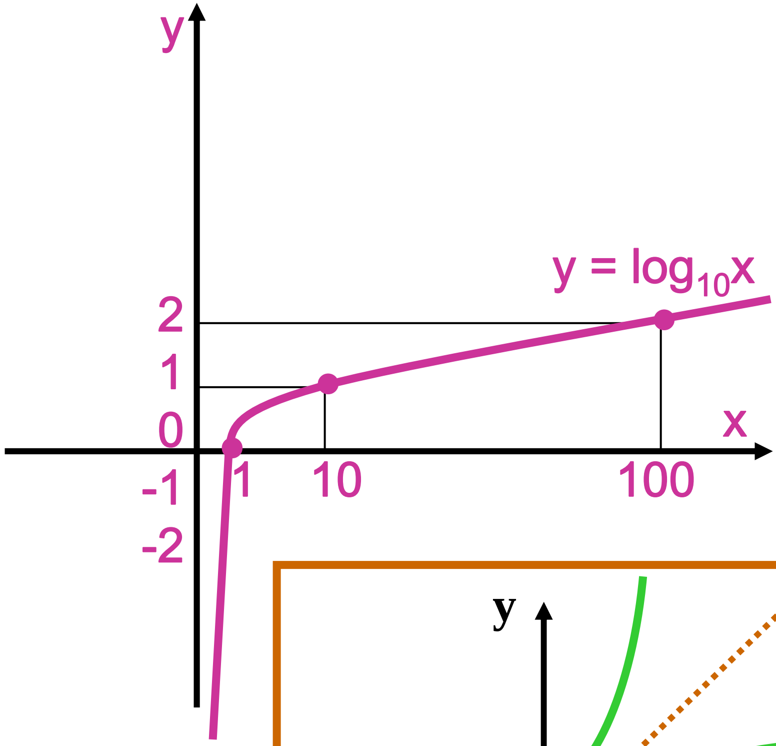


$$N_t = N_0 \, e^{-\lambda t}$$

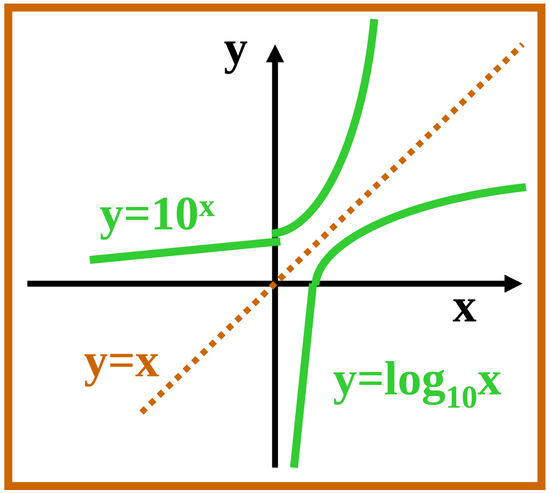
Funzione logaritmica

$y = \log_{10}x$

- definita solo per $x>0$
- >0 per $x>1$
- $=0$ per $x=1$
- <0 per $x<1$
- sale "lentissima" per $x>1$
- scende "velocissima" per $x<1$



Funzione inversa
("specchiata" lungo la retta $y=x$) dell'esponenziale:
$y = \log x \rightarrow 10^y = x$



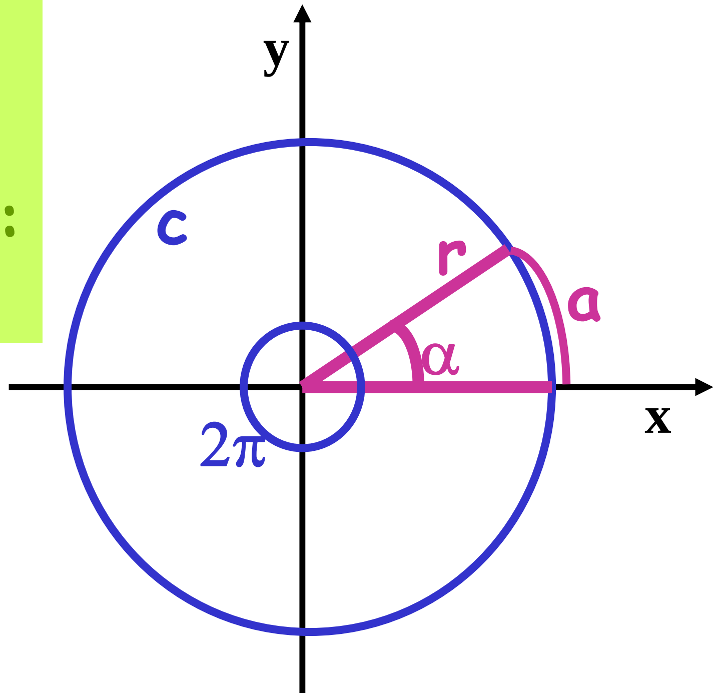
Misura degli angoli

Lunghezza di una circonferenza:

$$c = 2\pi\, r$$

Lunghezza di un arco di circonferenza:

$$a = \alpha\, r$$



Rapporto arco/circonferenza=

$a/c = \alpha r / 2\pi r = \alpha / 2\pi$

α = arco/raggio =
misura dell'angolo in radianti

Quanto vale un radiante?

Angolo giro = 360° = 2π radianti

1 rad : x° = 2π rad : 360°

$x° = 360°/2\pi$
$\cong 57.296°$

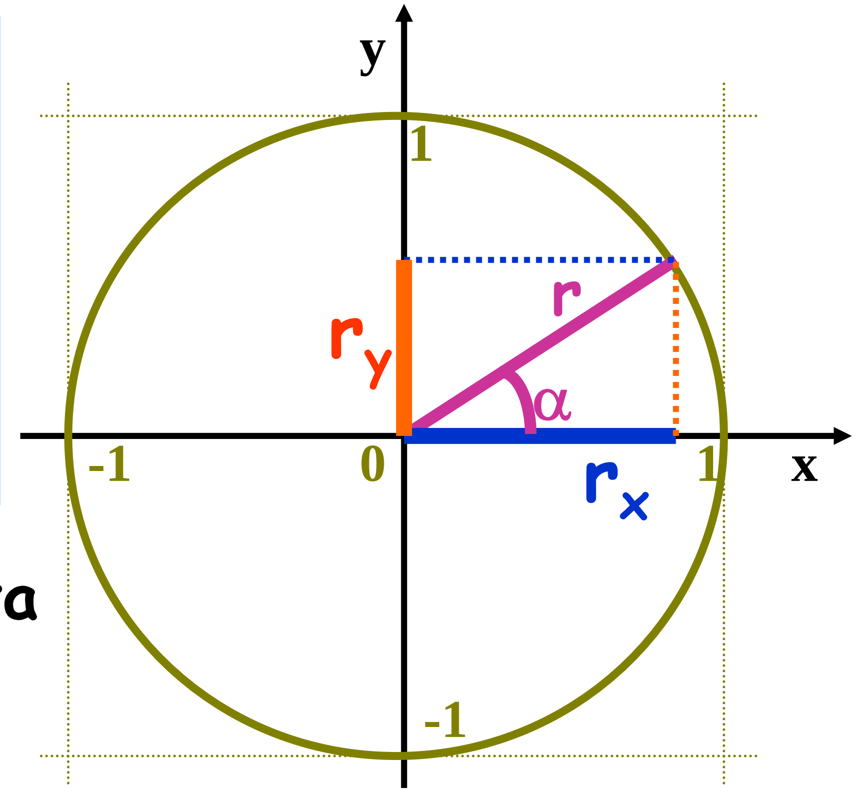
Seno e coseno

Circonferenza centrata nell'origine con raggio r=1

(Se r≠1, tutto vale ugualmente "normalizzando" a r=1)

Teorema di Pitagora:

$r_x^2 + r_y^2 = r^2$



$\text{sen}(\alpha) = r_y$ → ordinata

$\cos(\alpha) = r_x$ → ascissa

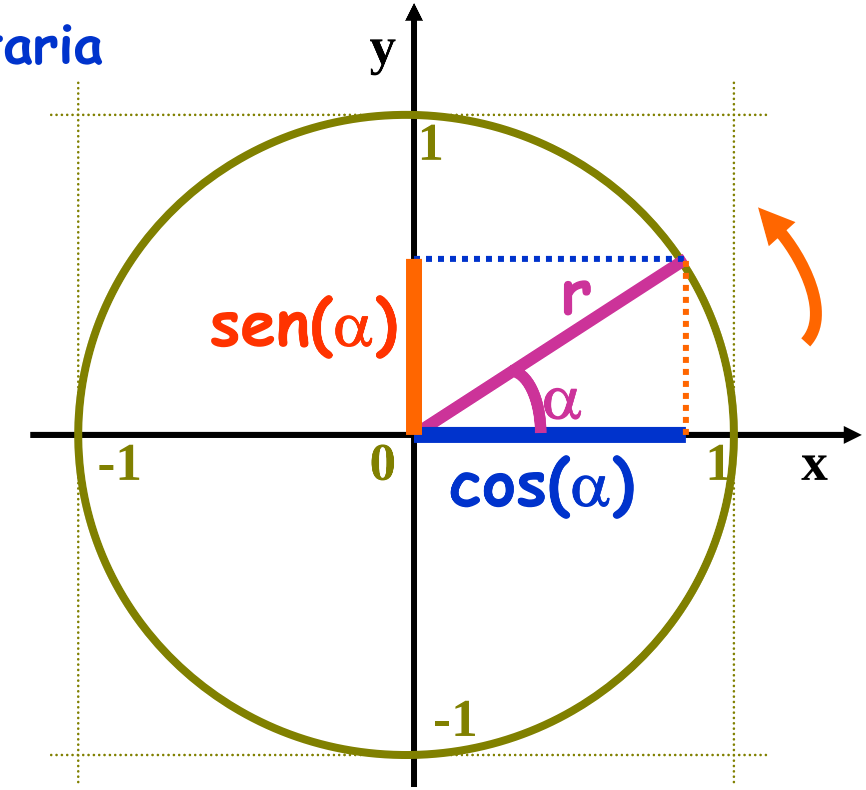
Seno e coseno sono due numeri compresi tra -1 e 1, funzioni di un angolo, tali per cui vale la proprietà fondamentale

$$\text{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Valori notevoli di seno e coseno

Muovendosi sulla circonferenza unitaria
in senso antiorario
partendo dal semiasse x positivo:

α	$\alpha°$	$sen(\alpha)$	$cos(\alpha)$
0	0°	0	1
$\pi/2$	90°	1	0
π	180°	0	-1
$3\pi/2$	270°	-1	0
2π	360°	0	1



Es.

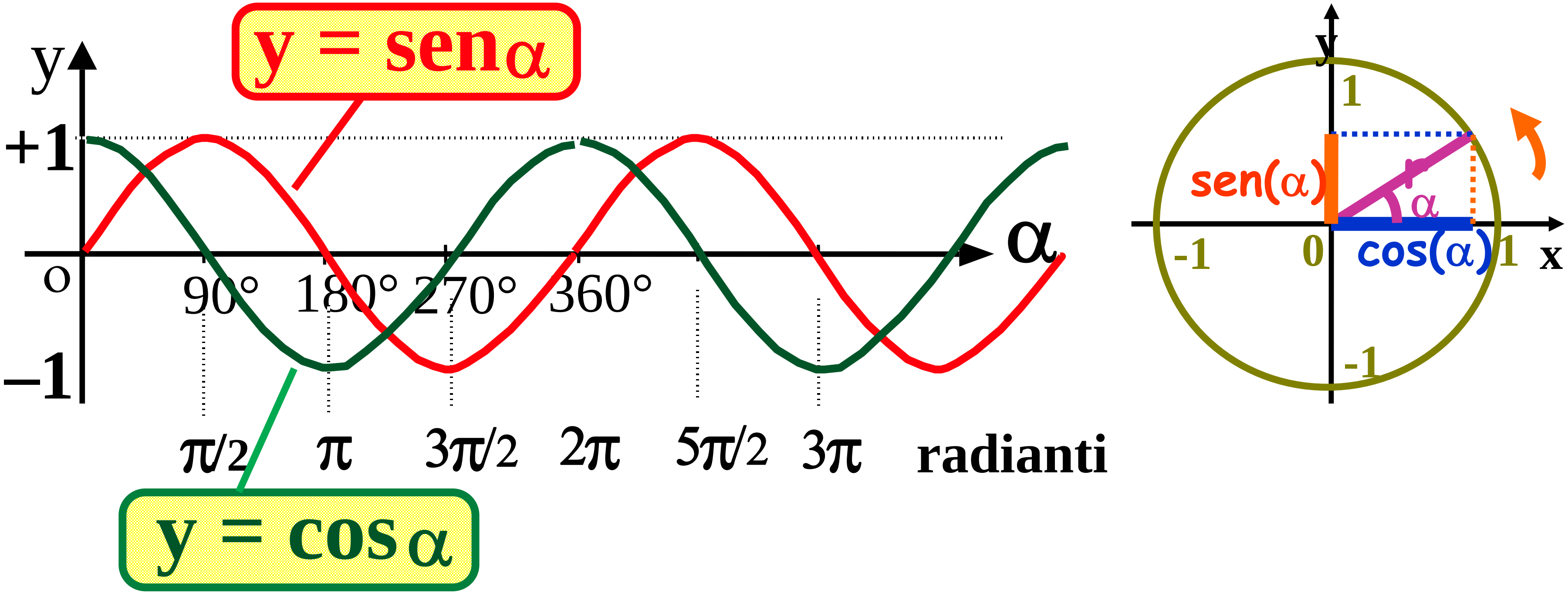
Quanto valgono il seno e il coseno dell'angolo di 45° (= $\pi/4$)?

Sono evidentemente uguali: $sen(\pi/4)=cos(\pi/4)$, per cui:

$sen^2(\pi/4) + cos^2(\pi/4) = 1 \rightarrow 2\, sen^2(\pi/4) = 1$

$\rightarrow sen^2(\pi/4) = ½ \rightarrow sen(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$

Funzioni trigonometriche



y = sen x

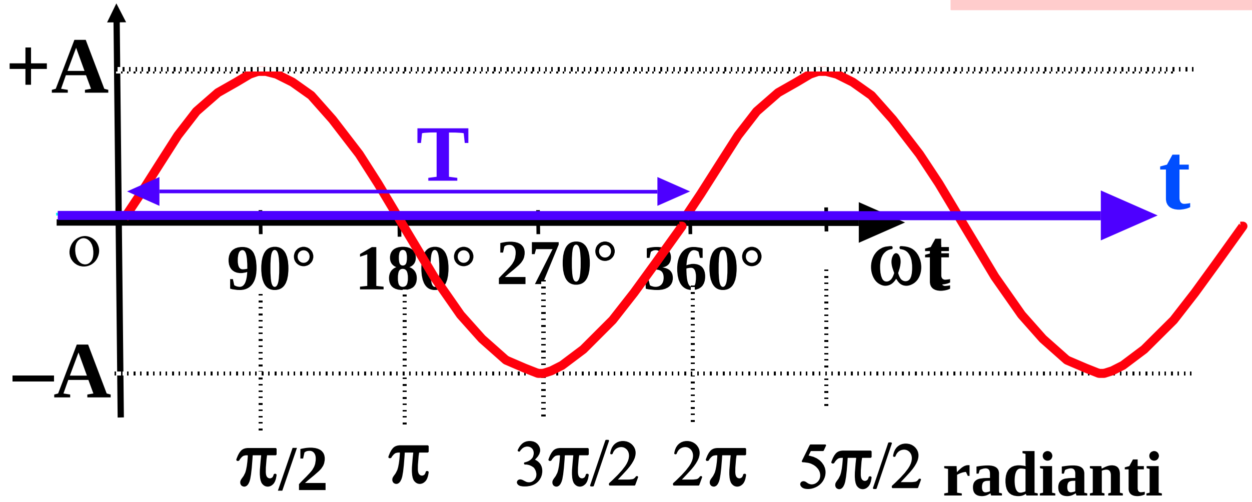
y = cos x

- periodiche di periodo 2π
- definite per ogni valore di x
- limitate tra –1 e 1

Periodo e frequenza

Quando un fenomeno si ripete periodicamente nel tempo:

$$y = A \,\text{sen}\, \omega t \quad \alpha$$



ω = pulsazione

T=periodo

$$\omega(t+T) - \omega t = 2\pi \rightarrow \omega T = 2\pi \rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu}$$

$$\frac{1}{T} = \nu = \text{frequenza}$$