

Rapporto

Il **rapporto** tra due numeri a e b , con b diversa da zero ($b \neq 0$), è il quoziente ($a:b$), esprimibile anche mediante la frazione $\frac{a}{b}$.

In un **rapporto** ($a:b$) i numeri a e b si chiamano **termini** del rapporto. Il primo termine è l'**antecedente** e l'altro il **conseguente**.

Moltiplicando o dividendo entrambi i termini di un rapporto per uno stesso numero diverso da zero, si ottiene lo stesso rapporto.

Il **rapporto tra due grandezze omogenee** è uguale al rapporto delle loro rispettive misure espresse nella stessa unità di misura. Il rapporto è un **numero puro**, indipendente dall'unità di misura prescelta.

Il **rapporto tra due grandezze non omogenee** è uguale al rapporto delle loro rispettive misure. Il risultato è una **grandezza derivata** che dipende dalle unità di misura prescelte.

Proporzioni

Una **proporzione** è un'uguaglianza di rapporti tra grandezze, a due a due omogenee, o fra misure di grandezze.

In una **proporzione** $a:b=c:d$ i termini a e c si chiamano **antecedenti**, i termini b e d **conseguenti**, i termini b e c **medi** e i termini a e d si dicono **estremi**.

1 [^] termine antecedente		2 [^] termine conseguente		3 [^] termine antecedente		4 [^] termine conseguente
	:		=		:	
3		2		6		4
estremo		medio		medio		estremo

Se i medi sono uguali la proporzione si dice **continua** e il medio è detto **medio proporzionale**.

36		12		12		4
estremo	:	medio proporzionale	=	medio proporzionale	:	estremo
		e		e		

Grandezze proporzionali

Quattro grandezze a, b, c, d , nell'ordine dato, si dicono **proporzionali** se a e b sono fra di loro omogenee e se lo sono anche c e d e se $a:b=c:d$, se cioè il rapporto fra le grandezze a e b è uguale al rapporto tra c e d .

La proporzionalità fra quattro grandezze implica la proporzionalità fra le loro misure.

Proprietà delle proporzioni

Proprietà fondamentale delle proporzioni

Teorema fondamentale sulle proporzioni numeriche

Quattro numeri reali positivi ordinati sono in proporzione se e soltanto se il prodotto dei medi è uguale al prodotto tra gli estremi.

Da $a:b=c:d$ segue $bc = ad$.

Proprietà dell'unicità del quarto proporzionale

Se $a:b=c:d$ e $a:b=c:d'$ allora $d = d'$

Per calcolare un estremo incognito si divide il prodotto dei medi per l'altro estremo.	$\text{estremo}_1 = \frac{\text{medio}_1 \cdot \text{medio}_2}{\text{estremo}_2}$
Per calcolare un medio incognito si divide il prodotto degli estremi per l'altro medio.	$\text{medio}_1 = \frac{\text{estremo}_1 \cdot \text{estremo}_2}{\text{medio}_2}$
Per calcolare il medio proporzionale incognito si estrae la radice quadrata del prodotto degli estremi.	$\text{estremo} = \sqrt{\text{medioprop} \cdot \text{medioprop}}$

Proprietà dell'invertire

Scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente si ottiene ancora una proporzione da $a:b=c:d$ segue $b:a=d:c$

Proprietà del permutare

Scambiando fra loro i medi oppure gli estremi si ottiene ancora una proporzione da $a:b=c:d$ segue $a:c=b:d$ oppure $d:b=c:a$

Proprietà del comporre

La somma tra il primo ed il secondo termine sta al primo (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto sta al terzo (o al quarto)

da $a:b=c:d$ segue $(a + b) : a = (c + d) : c$ oppure $(a + b) : b = (c + d) : d$

Proprietà dello scomporre

La differenza tra il primo e il secondo termine sta al primo (o al secondo) come la differenza tra il terzo e il quarto sta al terzo (o al quarto)

da $a:b=c:d$ segue $(a - b) : a = (c - d) : c$ oppure $(a - b) : b = (c - d) : d$

Proprietà del comporre e dello scomporre

La somma tra il primo ed il secondo termine sta alla differenza tra il primo e il secondo termine come la somma del terzo e del quarto sta alla differenza tra il terzo e il quarto

da $a:b=c:d$ segue $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$

Applicazioni della proporzionalità

La proporzionalità trova diverse applicazioni pratiche (*Proportion problem*).

- Problemi del tre semplice
- Problemi del tre composto
- Problemi di ripartizione semplice
- Problemi di ripartizione composta
- Percentuale
- Matematica finanziaria (interesse, sconto, ...)

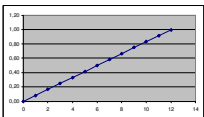
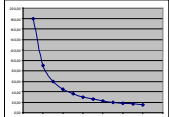
Per tutti questi problemi è fondamentale stabilire prima di impostare qualsiasi strategia risolutiva se le grandezze coinvolte sono tra loro direttamente proporzionali o inversamente proporzionali.

Link

- Proporzionalità [Wikipedia](http://www.wikipedia.org/) (<http://www.wikipedia.org/>) un'enciclopedia on-line gratuita [it.wikipedia.org/wiki/Proporzionalit%C3%A0_\(matematica\)](http://it.wikipedia.org/wiki/Proporzionalit%C3%A0_(matematica))
- <http://www.math.it/formulario/proporzioni.htm>
- <http://palpe.spymac.com/widgets/proporzioni/index-it.html>
- Gli oggetti matematici (<http://macosa.dima.unige.it/om/>) – Università di Genova
- macosa.dima.unige.it/om/voci/proporz/proporz.htm
- macosa.dima.unige.it/om/voci/propinv/propinv.htm

In lingua inglese

- <http://www.edhelper.com/ratios.htm> (da vedere e da usare...)
- <http://math.rice.edu/~lanius/proportions/> (base)
- <http://www.bbc.co.uk/skillswise/numbers/wholenumbers/ratioandproportion/ratio/> (test da fare)
- <http://www.mathhomeworkhotline.com/ratios.html> (da ascoltare)
- <http://www.math.com/school/subject1/lessons/S1U2L2GL.html>
- <http://www.mathleague.com/help/ratio/ratio.htm>
- http://www.shodor.org/UNChem/math/r_p/index.html
- http://amby.com/educate/math/4-2_prop.html
- <http://regentsprep.org/Regents/Math/math-topic.cfm?TopicCode=proport>

<p><u>Grandezze direttamente proporzionali</u> <i>Directly proportional quantities</i></p>	<p><u>Grandezze inversamente proporzionali</u> <i>Inversely proportional quantities</i></p>
<p>Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono direttamente proporzionali quando al raddoppiare, triplicare, ecc., di una anche il corrispondente valore dell'altra raddoppia, triplica, ecc.</p> <p>La distanza percorsa è proporzionale al tempo. Se viaggiate il doppio del tempo percorrerete una distanza doppia, se viaggiate il triplo del tempo percorrete una distanza tripla e così via.</p> <p>Il costo pagato per acquistare dei quaderni raddoppia se ne comperate il doppio, triplica se ne comperate il triplo e così via.</p>	<p>Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono inversamente proporzionali quando al raddoppiare, triplicare, ecc., di una, il corrispondente valore dell'altra diventa la metà, un terzo, ecc.</p> <p>La quantità di vino disponibile per persona è inversamente proporzionale al numero di persone che siedono al tavolo.</p> <p>Il tempo impiegato per compiere un dato lavoro è inversamente proporzionale al numero di operai impiegati (un maggior numero di operai richiede un minore tempo)</p>
<p>Caso "UbiMath" ++</p> <p>Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono direttamente proporzionali se è costante il rapporto tra due valori corrispondenti, qualunque sia la coppia di valori che si considera.</p> <p>Distanza percorsa e tempo (velocità media 30 km/h)</p> $k = \frac{30}{1} = \frac{60}{2} = \frac{90}{3} = \dots$ <p>Costo e quantità acquistata (un quaderno costa 1,50 euro)</p> $k = \frac{1,50}{1} = \frac{3,00}{2} = \frac{4,50}{3} = \dots$ <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block;"> $k = \frac{y}{x} = \frac{\text{var dipendente}}{\text{var indipendente}}$ </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block; margin-left: 20px;"> $y = k \cdot x = kx$ </div> <p>La rappresentazione grafica è una semiretta avente l'origine nell'origine degli assi.</p> 	<p>Caso "UbiMath" +-</p> <p>Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono inversamente proporzionali se è costante il prodotto di due loro valori corrispondenti, qualunque sia la coppia di valori che si considera.</p> <p>Lavoro e operai impiegati (lavoro espresso in giorni uomo)</p> $k = 16 \cdot 1 = 8 \cdot 2 = 4 \cdot 4 = 2 \cdot 8 = \dots$ <p>Quantità di vino disponibile per persona (2 litri a disposizione e numero di persone variabile)</p> $k = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 4 = \dots$ <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block;"> $k = x \cdot y = \text{var dipendente} \cdot \text{var indipendente}$ </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block; margin-left: 20px;"> $y = \frac{k}{x}$ </div> <p>La rappresentazione grafica è un ramo di iperbole equilatera.</p> 

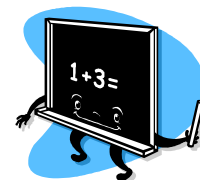
Costante = valore che non cambia (usualmente indicata con *k*)

Variabile = valore soggetto a cambiare

Variabile indipendente = valore attribuito arbitrariamente (usualmente indicata con *x*)

Variabile dipendente = valore non scelto ma che è determinato dal valore attribuito alla variabile indipendente (usualmente indicata con *y*)

Esercizi guida per il tre semplice



Esempio 1.

In 4 ore percorrete 120 km. Quale distanza percorrereste in 8 ore?

Caso: proporzionalità diretta (++)

Costante proporzionalità: velocità - $120/4 = 30$ km/h

Esempio 2.

Sei lavoratori sono in grado di portare a termine un lavoro in 4 giorni. Quanto impiegherebbero 12 lavoratori?

Caso: proporzionalità inversa (+-)

Costante proporzionalità: lavoro da compiere in giorni uomo - $6*4 = 24$ giorni uomo

Esempio 3.

Giovanni guadagna 180 euro in 6 ore. Quanto guadagnerà in 8 ore di lavoro?

Caso: proporzionalità diretta (++)

Costante proporzionalità: paga oraria - $180/6 = 30$ euro/h

Esempio 4.

Un elefante beve circa 150 litri d'acqua al giorno (da 100 a 220 litri). Di quanta acqua dovete disporre per mantenere in casa per 10 giorni un elefante?

Caso: proporzionalità diretta (++)

Costante proporzionalità: fabbisogno d'acqua - 150 litri/elefante

Esempio 5.

Un elefante maschio pesa mediamente 5650 kg e mangia una quantità di cibo pari al 5% del suo peso ogni giorno. Quanta mangia un elefante maschio in un giorno e un elefante femmina se questa pesa mediamente 3150 kg?

Caso: proporzionalità diretta (++)

Costante proporzionalità: cibo/peso - $5/100$ kg cibo/kg peso

Esempio 6.

Per un banchetto di 120 persone il cuoco, con la giacenza disponibile, può fornire agli ospiti porzioni da 80 grammi di pasta. Se dovesse servire, con la stessa quantità di pasta, 125 persone quanto sarebbe il peso delle porzioni.

Caso: proporzionalità inversa (+-)

Costante proporzionalità: quantità di pasta disponibile - $(120*80)$ g di pasta

Esempio 7.

Daniele, Giulio, Mirko e Federico, classe 3B 2005 seconda fila, progettano, a scuola durante una mate ora, una festa a casa di Giulio. Spendono per questo 60,00 euro per cibi e "bevande". Per mantenere una buona disponibilità di vivande se intendessero far partecipare alla festa altri 4 fidati compagni quanto dovrebbero spendere?

Caso: proporzionalità diretta (++)

Costante proporzionalità: spesa pro capite - 15 euro/persona

(Ai miei nuovi alunni - 20.9.2005)

Link ad esercizi on line

UbiMath Point

www.pernigo.com/math/aritmetica/proporzioni

TooMate - Proporcionalitat numèrica

www.toomates.com



Tre semplice al computer



Esempio 1

C16		=B16*\$C\$10		D	E	F	G	H
A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Tre semplice							
2								
3	latte	formaggio		Diretto				
4	[l]	[kg]		++				
5	84	7						
6	x	12						
7								
8	$x : 84 = 13 : 7$							
9	x=	144 [l]						
10	k=	0,08333	Kg formaggio/Litro latte					
11	Legge	$y = kx$						
12								
13	Latte	Formaggio						
14	x	y						
15	[l]	[kg]						
16		0	0,00					
17		1	0,08					
18		2	0,17					
19		3	0,25					
20		4	0,33					
21		5	0,42					
22		6	0,50					
23		7	0,58					
24		8	0,67					
25		9	0,75					
26		10	0,83					
27		11	0,92					
28		12	1,00					
29								
30								

Latte (x)	Formaggio (y)
0	0,00
1	0,08
2	0,17
3	0,25
4	0,33
5	0,42
6	0,50
7	0,58
8	0,67
9	0,75
10	0,83
11	0,92
12	1,00

Esempio 2

C16		fx = \$C\$10/B16		D	E	F	G	H	I
A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Tre semplice								
2									
3	peso carico	n. viaggi		Inverso					
4	[q]	[n]		+ -					
5	30	6							
6	18	x							
7									
8	$x : 14 = 22 : 28$								
9	x =	10	[n]						
10	k =	180	Peso da trasportare [q]						
11	Legge	$y = k/x$							
12									
13	Viaggi	Peso Carico							
14	x	y							
15		[q]							
16		1	180,00						
17		2	90,00						
18		3	60,00						
19		4	45,00						
20		5	36,00						
21		6	30,00						
22		7	25,71						
23		8	22,50						
24		9	20,00						
25		10	18,00						
26		11	16,36						
27		12	15,00						
28									