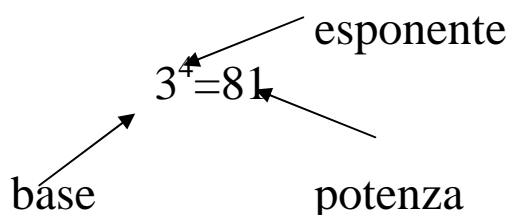


OPERAZIONE DI ELEVAMENTO A POTENZA



1. L'operazione $3^4=81$ è detta "elevamento a potenza"
2. I due termini dell'operazione di elevamento a potenza sono:
 - a. l'esponente che indica quante volte la base viene moltiplicata per se stessa.
 - b. La base che indica il numero che deve essere moltiplicato per se stesso tante volte quanto sono le unità dell'esponente.
3. Il risultato dell'operazione di elevamento a potenza è detto potenza.

Calcolo di una potenza

$$3^4=3 \times 3 \times 3 \times 3=81$$

$$2^3=2 \times 2 \times 2=8$$

$$2^5=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2=32$$

$$3^2=3 \times 3=9$$

$$5^1=5$$

$$1^5=1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1=1$$

Casi particolari:

- a) Un numero elevato a 1 è uguale al numero stesso
 $5^1=5$ $12^1=12$ $1000^1=1000$
- b) 1 elevato ad un numero è uguale a 1
 $1^5=1$ $1^{12}=1$
- c) Un numero diverso da zero elevato a zero è uguale a 1
 $5^0=1$ $12^0=1$ $125^0=1$
- d) Zero elevato ad un numero diverso da zero è uguale a zero.
 $0^7=0$ $0^{15}=0$
- e) Zero elevato a zero è impossibile.
 $0^0=$ impossibile
- f) 10 elevato ad un numero è uguale ad un numero formato da 1 e tanti zeri quanti sono le unità dell'esponente.
 $10^0=1$ $10^1=10$ $10^2=100$ $10^3=1000$ $10^7=10000000$

Proprietà delle potenze

1. Prodotto di potenze con la stessa base: è uguale a una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

$$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6 = 729$$

$$2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 = 128$$

$$4^2 \times 4^3 \times 4^5 \times 4^1 = 4^{2+3+5+1} = 4^{11}$$

2. Quoziente di potenze con la stessa base: è uguale a una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti

$$3^4 : 3^1 = 3^{4-1} = 3^3 = 27$$

$$2^4 : 2^3 = 2^{4-3} = 2^1 = 2$$

$$5^4 : 5^4 = 5^{4-4} = 5^0 = 1 \quad \text{questo esempio dimostra che un numero elevato a zero è uguale a 1 in quanto è uguale al quoziente di due potenze uguali.}$$

$$2^{10} : 2^3 : 2^1 : 2^0 : 2^5 = 2^{10-3-1-0-5} = 2^1 = 2$$

3. Prodotto di potenze con lo stesso esponente: è uguale a una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il prodotto degli esponenti.

$$5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2 = 15^2 = 225$$

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

$$3^4 \times 4^3 \times 6^3 \times 2^3 = (3 \times 4 \times 6 \times 2)^3 = 144^3$$

4. Quoziente di potenze con lo stesso esponente: è uguale a una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il quoziente delle basi.

$$20^5 : 4^5 = (20 : 4)^5 = 5^5 = 3025$$

$$6^5 : 2^5 = (6 : 2)^5 = 3^5 = 243$$

$$100^3 : 20^3 : 5^3 = (100 : 20 : 5)^3 = 1^3 = 1$$

5. Potenza di una potenza: è uguale a una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

$$(3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$$

$$\left[(2^4)^5 \right]^3 = 2^{4 \times 5 \times 3} = 2^{60}$$

$$\left\{ \left[(4^2)^1 \right]^0 \right\}^5 = 4^{2 \times 1 \times 0 \times 5} = 4^0 = 1$$

N.B. *Le proprietà delle potenze sono obbligatorie. Se la potenza finale dovesse avere un esponente elevato non deve essere calcolata.*

$$2 \times 20 = 40 \quad \text{mentre}$$

$$2^{20} = 1\,048\,576$$

$$3 \times 20 = 60 \quad \text{mentre}$$

$$3^{20} = 3\,486\,784\,401$$

$$4 \times 20 = 80 \quad \text{mentre}$$

$$4^{20} = 1\,099\,511\,627\,776$$

$$5 \times 20 = 100 \quad \text{mentre}$$

$$5^{20} = 95\,367\,431\,640\,625$$

Esercizi

1. Esegui le seguenti moltiplicazioni, lasciando i prodotti sotto forma di potenza.

a. $2^6 \times 2^3 = 2^{6+3} = 2^9$

b. $6^7 \times 6^5 = 6^{7+5} = 6^{12}$

c. $0,4^2 \times 0,4^3 = 0,4^{2+3} = 0,4^5$

d. $b^2 \times b^3 \times b^5 = b^{2+3+5} = b^{10}$

e. $m^2 \times m^1 = m^{2+1} = m^3$

f. $\text{penna}^3 \times \text{penna}^2 \times \text{penna}^5 = \text{penna}^{3+2+5} = \text{penna}^{10}$

2. Esegui le seguenti divisioni, lasciando i prodotti sotto forma di potenza.

a. $2^6 : 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

b. $6^7 : 6^5 = 6^{7-5} = 6^2$

c. $0,4^5 : 0,4^3 = 0,4^{5-3} = 0,4^2$

d. $b^7 : b^3 : b^2 = b^{7-3-2} = b^2$

e. $m^3 : m^1 = m^{3-1} = m^2$

f. $\text{penna}^3 : \text{penna}^2 : \text{penna}^1 = \text{penna}^{3-2-1} = \text{penna}^0 = 1$