

## Le operazioni inverse dell'elevamento a potenza

---

L'elevamento a potenza ammette due operazioni inverse:

l'**estrazione di radice**:  $a = \sqrt[n]{b}$

il **logaritmo**:  $n = \log_a b$

Con l'**estrazione di radice** si cerca la base, noti la potenza e l'esponente

noti  $n, b \rightarrow \sqrt[n]{b} = a \rightarrow a^n = b$

Esempio:  $\sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow a^3 = 8 \rightarrow 2^3 = 8$

Con il **logaritmo** si cerca l'esponente noti la potenza e la base.

noti  $a, b \rightarrow \log_a b = n \rightarrow a^n = b$

Esempio:  $\log_2 8 = 3 \rightarrow 2^n = 8 \rightarrow 2^3 = 8$

## Estrazione di radice

E' detta radice aritmetica ennesima ( $a$ , anche, di indice  $n$ ) o **radicale** di un numero reale  $a$ , un secondo numero reale (se esiste),  $b$ , tale che la potenza ennesima di questo sia uguale ad  $a$ .

Si scrive  $\sqrt[n]{a} = b$  che equivale a  $b^n = a$

e che può essere posto sotto la forma  $a^{1/n} = \sqrt[n]{a} = b$

Il numero  $a$  che compare sotto il segno di radice è detto **radicando**.

Il numero  $n$  che compare nel simbolo di radice è detto **indice** del radicale.

L'indice 2 si omette e costituisce il caso particolare della **radice quadrata**.

Esempio:  $2^3 = 8$   
 $x^3 = 8$  da dove  $\sqrt[3]{8} = 2$

La radice **non è interna a N!**

L'insieme N non è chiuso rispetto alla radice (I).

### Proprietà

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a \div b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^{n+m}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = a^{-\frac{m}{n}}$$

## Logaritmo

Dicesi logaritmo di un numero, in una data base, l'esponente  $n \neq 1$ , cui si deve elevare la base per ottenere il numero dato ( $n = \log_a b$ ).

Se fra tre numeri  $a > 1$ ,  $b > 0$  e  $n$  intercede una relazione esponenziale del tipo  $a^n = b$  **x è detto logaritmo in base a di b**, e si scrive:  $\log_a b = n \Leftrightarrow a^n = b$

Esempio:  $\log_2 8 = 3$  perché  $2^3 = 8$   
( $2^x = 8$ )

Il logaritmo **non è interna a N!**  
L'insieme N non è chiuso rispetto al logaritmo.

### Proprietà

$b = a^{\log_a b}$  per definizione di logaritmo

Non esiste il logaritmo di un numero negativo o nullo.

$$\log_m (a \cdot b) = \log_m a + \log_m b \qquad \log_m \left( \frac{a}{b} \right) = \log_m a - \log_m b$$

$$\log_m a^k = k \cdot \log_m a \qquad \log_m \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log_m a$$

$$\log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^n = n \qquad \text{Se } b = c \Rightarrow \log_a b = \log_a c$$

Le proprietà dei logaritmi sono applicabili solo se gli argomenti sono positivi, in caso contrario vanno opportunamente corrette.

Esempio:  $\log_a (b \cdot c) = \log_a |b| + \log_a |c|$  purchè  $b \cdot c > 0$

Non esiste alcuna proprietà applicabile alle seguenti espressioni:

$$\log_a (b + c), \quad \log_a (b - c), \quad \log_a b \cdot \log_a c, \quad \log_a b / \log_a c$$

### Basi più comuni

Anche se in linea di principio i logaritmi possono essere calcolati in qualunque base (diversa da 1), quelle più utilizzate sono tre:

- base 10 (logaritmi decimali o volgari o di Briggs), usati per le operazioni di calcolo; li si indica con  $\log_{10}$ , più genericamente con  $\log$ , più raramente con  $\text{Log}$ .
- base e (logaritmi naturali o neperiani), usati in analisi infinitesimale; li si indica con  $\ln$ .
- base 2 (logaritmi binari).

## Formula del cambiamento di base

Nota il valore di un logaritmo in una base, si può calcolarne il valore in un'altra base (spesso le calcolatrici danno il logaritmo solo in basi 10 ed e) ne modo seguente.

Se  $b$ ,  $x$ , e  $k$  sono tutti numeri reali positivi (con  $b \neq 1$  e  $k \neq 1$ ) e  $k$  è una base qualsiasi:

$$\log_b x = \frac{\log_k x}{\log_k b}$$

## Link

Logaritmi

<http://www.isit100.fe.it/~maccaferri.m/unife/lucidi/logaritmi.rtf>

Logaritmi (Wikipedia)

<http://it.wikipedia.org/wiki/Logaritmo>

Radicale (Wikipedia)

[http://it.wikipedia.org/wiki/Radicale\\_%28matematica%29](http://it.wikipedia.org/wiki/Radicale_%28matematica%29)

Radice quadrata (Wikipedia)

[http://it.wikipedia.org/wiki/Radice\\_quadrata](http://it.wikipedia.org/wiki/Radice_quadrata)

Logaritmi. Come fare... ([Explaining Lagarithms](#))

<http://www.mathlogarithms.com/>

## Keywords

---

radicali, estrazione di radice, radice quadrata, quadrati perfetti, radice quadrata a mano, logaritmi, logaritmo, Nepero, e, log, ln, Briggs

square root, square root by hand, I, radq(), sqr(), squareroot, pencil paper, manual calculate, logaritm, logarithms,

Quadratwurzel Wurzel ziehen Stift Bleistift Papier Napier Neper Rechenstäbchen Rechenstab

Multiplikation Division Erklärung Rechenschieber