

Le regole del calcolo aritmetico e le espressioni

Arithmetic Expression Rules

Le espressioni aritmetiche (Arithmetic expressions)

Una espressione aritmetica è un insieme di due o più numeri separati da simboli di operazione ed eventualmente da opportune parentesi.

Una operazione tra due numeri costituisce il più semplice esempio di espressione aritmetica.

Le parentesi indicano sottoinsiemi dell'espressione e vanno tolte solo quanto saranno state eseguite tutte le operazioni indicate e sarà rimasto un solo numero.

Nelle espressioni giocano un ruolo fondamentale le proprietà delle operazioni, in particolare la proprietà associativa.

Le proprietà riguardanti la precedenza delle operazioni possono venire intese in senso meno restrittivo se sono chiari alcuni concetti. Le proprietà delle operazioni e le precedenze se ben usate rendono, infatti, più efficiente il modo di operare con le espressioni aritmetiche.

Nota: Evitate di memorizzare temporaneamente troppi risultati parziali. E' preferibile scrivere tutti i risultati delle operazioni eseguite. Questo evita molti errori e consente un successivo controllo dell'espressione.

Keywords

espressioni, N, aritmetica, espressioni aritmetiche, operatore, operando, operazioni, ordine operazioni, parentesi, parentesi tonde, parentesi quadre, parentesi graffe, Arithmetic, expression, Arithmetic expression, operand, parentheses, parenthesis, parenthesised expressions, operations, operations order, brackets, parentheses, round brackets, box brackets, square brackets, curly brackets, braces

Ordine delle operazioni (Order of Operations)

Vi è la necessità in determinati casi, dove viene meno la proprietà associativa, di **stabilire un ordine di esecuzione delle operazioni**.

Il seguente caso rende chiara questa necessità:

$$30 - 2 : 2 - 5 - 3 \times 8$$

Dall'esempio si nota, inoltre, che *tutti i numeri eccetto il primo e l'ultimo, possono venire espressi in due modi a seconda che ci si riferisca al simbolo di operazione che lo precede o che lo segue*.

Dall'analisi dei seguenti esempi è possibile stabilire, secondo le convenzioni in uso, alcune scelte obbligate:

un sottraendo non può essere addizionato:

$$74 - 8 + 2 = 66 + 2 \text{ (8 ha precedenza come sottraendo)}$$

da un sottraendo non si può sottrarre:

$$73 - 17 - 7 = 56 - 7 \text{ (17 ha precedenza come sottraendo)}$$

un fattore non può essere addizionato o sottratto:

$$78 - 8 \times 2 = 78 - 16 \text{ (8 ha precedenza come fattore)}$$

$$78 + 8 \times 2 = 78 + 16 \text{ (8 ha precedenza come fattore)}$$

un dividendo non può essere addizionato o sottratto:

$$170 - 70 \div 5 = 170 - 14 \text{ (70 ha precedenza come dividendo)}$$

$$170 + 70 \div 5 = 170 + 14 \text{ (70 ha precedenza come dividendo)}$$

un divisore non può essere addizionato o sottratto, né moltiplicato o diviso:

$$18 \div 6 + 2 = 3 + 2 \text{ (6 ha precedenza come divisore)}$$

$$18 \div 6 - 2 = 3 - 2 \text{ (6 ha precedenza come divisore)}$$

$$18 \div 6 \times 2 = 3 \times 2 \text{ (6 ha precedenza come divisore)}$$

$$18 \div 6 : 2 = 3 : 2 \text{ (6 ha precedenza come divisore)}$$

Vi sono in altri casi delle **scelte indifferenti**, come nei seguenti casi:

$$8 + 6 + 4 =$$

$$7 \times 5 \times 4 =$$

$$8 + 6 - 4 =$$

$$6 \times 9 \div 3 =$$

Ordine delle precedenze delle quattro operazioni nelle espressioni

In base alle considerazioni precedenti:

- 1° **DIVISORE**
- 2° **FATTORE - DIVIDENDO (ordine indifferente)**
- 3° **SOTTRAENDO**
- 4° **ADDENDO - MINUENDO (ordine indifferente)**

Riassumendo in un opportuno schema avremo (le operazioni sottolineate hanno la precedenza):

	+	-	x	÷
+	+ a +	+ a -	+ a <u>x</u>	+ a <u>÷</u>
-	<u>-</u> a +	<u>-</u> a -	- a <u>x</u>	- a <u>÷</u>
x	<u>x</u> a +	<u>x</u> a -	x a x	x a ÷
÷	<u>÷</u> a +	<u>÷</u> a -	<u>÷</u> a x	<u>÷</u> a ÷

Interpretazione restrittiva delle regole

Espressione senza parentesi

- Si eseguono prima le potenze, i logaritmi e i radicali, uno dopo l'altro nell'ordine scritto. Presta molta attenzione alle proprietà eventualmente applicabili.
- Si eseguono poi le moltiplicazioni e le divisioni, una dopo l'altra nell'ordine in cui sono scritte.
- Si eseguono infine le addizioni e le sottrazioni, una dopo l'altra nell'ordine in cui sono scritte.

Espressione con parentesi $\{ \{ () \} \}$

- Si eseguono prima le operazioni in parentesi rotonde, rispettando le regole considerate per le espressioni senza parentesi.
- Si eseguono poi le operazioni in parentesi quadre, rispettando le regole considerate per le espressioni senza parentesi.
- Si eseguono infine le operazioni in parentesi graffe, rispettando le regole considerate per le espressioni senza parentesi.

Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare.

Espressione con parentesi solo rotonde

In realtà nel computo con calcolatrici scientifiche o con i computer si usano solo parentesi rotonde. Occorre in questo caso avere l'accortezza di risolvere prima le parentesi più interne e poi le altre fino a quelle più esterne.

Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare.

L'ordine da seguire è giustificato dal significato matematico delle parentesi. Le parentesi indicano infatti che al posto dei numeri, collegati da segni di operazione, si può sostituire il loro risultato.

Le operazioni nelle parentesi vanno eseguite nell'ordine descritto in precedenza.

ATTENZIONE:

a) è possibile abbreviare una catena di divisioni nel seguente modo:

$$120 \div 5 \div 6 \div 2 = 120 \div (5 \times 6 \times 2) =$$

b) è possibile abbreviare una catena di differenze nel seguente modo:

$$48 - 5 - 5 - 7 - 3 = 48 - (5 + 5 + 7 + 3) =$$

Esempio 1

$$(25 \times 2 + 10 \times 5) + 9 \times 8 \div \{56 + 3 \times [5 + 6 \times (3 \times 4 - 10) - 17] - 5 \times 4\} =$$

$$= (50 + 50) + 9 \times 8 \div \{56 + 3 \times [5 + 6 \times (12 - 10) - 17] - 5 \times 4\} =$$

$$= 100 + 9 \times 8 \div \{56 + 3 \times [5 + 6 \times 2 - 17] - 20\} =$$

$$= 100 + 9 \times 8 \div \{56 + 3 \times [5 + 12 - 17] - 20\} =$$

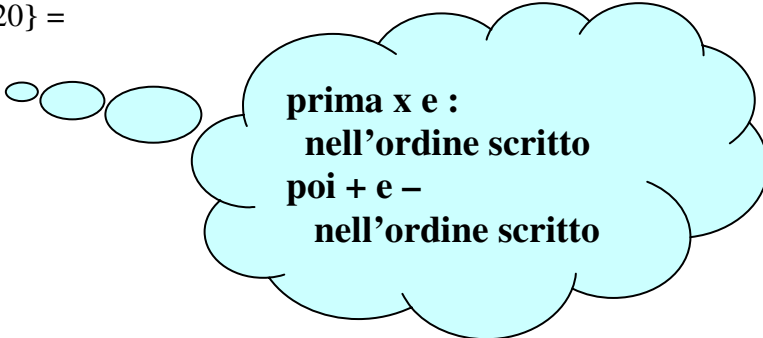
$$= 100 + 9 \times 8 \div \{56 + 3 \times 0 - 20\} =$$

$$= 100 + 9 \times 8 \div \{56 - 20\} =$$

$$= 100 + \underline{9 \times 8} \div 36 =$$

$$= 100 + \underline{72} \div 36 =$$

$$= 100 + 2 = [102]$$



**prima x e :
nell'ordine scritto
poi + e -
nell'ordine scritto**

Soppressione parentesi

Nelle espressioni aritmetiche di tipo scolastico si utilizzano tre diversi tipi di parentesi, quelle rotonde, quelle quadre e quelle graffe. In queste espressioni i tre ordini di parentesi hanno la seguente precedenza:

- operazioni in parentesi rotonde
- operazioni in paracentesi quadre
- operazioni in parentesi graffe

Esempio 2

$$\begin{aligned}
 & 51 \div \{12 + 3 \times [2 \times 18 - 9 \times (24 \div 6 - 2) \div 6] - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{12 + 3 \times [36 - 9 \times (4 - 2) : 6] - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{12 + 3 \times [36 - \underline{9 \times 2} : 6] - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{12 + 3 \times [36 - \underline{18 : 6}] - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{12 + 3 \times [36 - \underline{3}] - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{12 + \underline{3 \times 33} - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{12 + \underline{99} - 60\} + 7 = \\
 & = 51 : \{111 - 60\} + 7 = \\
 & = \underline{51 : 51} + 7 = \\
 & = \underline{1 + 7} = [8]
 \end{aligned}$$

Nell'uso quotidiano si utilizzano per lo più solo parentesi rotonde con l'accortezza di eseguire per prime quelle più interne.

Esempio 3

$$\begin{aligned}
 & 51 \div (12 + 3 \times (2 \times 18 - 9 \times (24 \div 6 - 2) \div 6) - 60) + 7 = \\
 & = 51 : (12 + 3 \times (36 - 9 \times (4 - 2) : 6) - 60) + 7 = \\
 & = 51 : (12 + 3 \times (36 - \underline{9 \times 2} : 6) - 60) + 7 = \\
 & = 51 : (12 + 3 \times (36 - \underline{18 : 6}) - 60) + 7 = \\
 & = 51 : (12 + 3 \times (36 - \underline{3}) - 60) + 7 = \\
 & = 51 : (12 + \underline{3 \times 33} - 60) + 7 = \\
 & = 51 : (12 + \underline{99} - 60) + 7 = \\
 & = \underline{51 : 51} + 7 \\
 & = \underline{1 + 7} = [8]
 \end{aligned}$$

Nel risolvere le espressioni alcune parentesi superflue potranno essere tolte, rispettando le seguenti precisazioni:

a) i numeri privi di un segno di operazione prima di loro sottintendono il segno +!

$$12 + 3 = (+)12 + (+)3$$


b) le **parentesi precedute dal segno +** si possono togliere, i numeri si riscrivono con il segno che li precede!

$$(+)12 + ((+)3 - 1) = 12 + 3 - 1$$


c) le **parentesi precedute dal segno -** si possono togliere, i numeri si riscrivono **cambiando** il loro segno!


$$(+)12 - ((+)3 - 1) = 12 - 3 + 1$$


Keywords

 *Matematica, Aritmetica, espressioni, Espressioni aritmetiche, N, addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, ordine operazioni, parentesi, parentesi tonde, parentesi quadre, parentesi graffe*

  *Math, Arithmetic, Expression, Arithmetic Operations, addition, subtraction, multiplication, division*

 *Matemática, Aritmética, expresiones, resta, sustracción, suma, adición, multiplicación, división*

 *Mathématique, Arithmétique, Expression, Exercices de calcul et expression, addition, soustraction, multiplication, division*

 *Mathematik, Arithmetik, Subtraktion, Addition, Multiplikation, Division, Expression*